

ВІДГУК

офіційного опонента доктора фізико-математичних наук,
професора **Фаворова Сергія Юрійовича** на дисертаційну роботу
**Куриляка Андрія Олеговича "Асимптотичні властивості
і розподіл значень випадкових степеневих рядів"**,
поданої до захисту на здобуття наукового ступеня доктора
фізико-математичних наук за спеціальністю
01.01.01 — математичний аналіз.

1. Актуальність теми дослідження

Одним з найважливіших розділів теорії аналітичних функцій є опис їх асимптотичної поведінки, його залежності від поведінки нулів. Більшість відомих математиків, що працювали і працюють зараз в області комплексного аналізу, мають роботи в цій тематиці. Зокрема, часто в цих дослідженнях використовується зв'язок між поведінкою самої функції та поведінкою членів її степеневих рядів. Так, У. Хейман, а також українські математики А.А.Гольдберг, Й.В.Островський довели низку результатів про асимптотичні властивості функцій, використовуючи оцінку загального члена степеневих рядів через максимальний методом Вімана-Валірона. В працях М.М. Шеремети, О.Б. Скасківа, П.В. Філевича було знайдено адекватні стосовно рядів Діріхле підходи типу Вімана-Валірона.

Разом з тим цілий ряд проблем, поява яких стимулювалась як внутрішніми потребами, так і потребами застосувань отримуваних результатів, зокрема, до аналітичної теорії диференціальних рівнянь, залишалися відкритими. Власне, залишалася проблема пошуку оптимального опису величини виняткових множин, де порушуються ті чи інші асимптотичні співвідношення. Наприклад, у випадку класичної нерівності Вімана в найбільш загальній формі можна намагатися знайти оптимальний опис виняткової множини у цьому випадку, і навпаки, шукати точні аналоги нерівності типу Вімана, коли опис виняткової множини є максимально загальним. Слід зазначити, що навіть питання існування виняткових множин для деяких співвідношень тривалий час вважалось відкритим. Якраз ці проблеми для різних класів функцій однієї та багатьох змінних досліджуються в дисертації.

Ще один напрямок досліджень полягає у вивченні асимптотичних властивостей випадкових аналітичних функцій. Тут слід відзначити праці Г. Штейнгауза, Р. Пелі й А. Зигмунда щодо асимптотичного поведіння випадкових аналітичних функцій, П. Леві та П. Ердеша про встановлення асимптотичних співвідношень між максимумом модуля і максимальним членом випадкових цілих функцій зовні виняткових множин, М. Содіна про розподіл значень випадкових аналітичних функцій. Для випадкових степеневих рядів на площині покращення майже напевно показника у класичній нерівності Вімана має назву ефекту Леві. Загальна форма цього ефекту для рівномірно обмежених випадкових величин була встановлена П.В. Філевичем. Але питання про ефект Леві для інших класів функцій, зокрема, для аналітичних функцій багатьох змінних та для яких-небудь класів необмежених випадкових величин залишалось відкритим. Це коло питань також розглядається в дисертації.

2. Наукова новизна результатів дисертаційної роботи.

Основними результатами дисертаційної роботи є наступні результати, вперше отримані дисертантом:

1. з однієї і тієї ж точки зору отримано аналоги співвідношення Бореля та нерівності Вімана, що виконуються зовні деякої множини скінченної h -міри, для аналітичних функцій від однієї змінної, заданих степеневими рядами в крузі чи площині, та послаблено умову на функцію h ;
2. уточнено нерівність типу Вімана для цілих функцій від багатьох комплексних змінних та доведено аналоги нерівності Вімана для аналітичних функцій в кратно-круговій області Рейнхарта;
3. отримано точні аналоги нерівності Бітляна-Гольдберга для цілих функцій від багатьох комплексних змінних, заданих лакунарними рядами за однорідними поліномами;
4. для випадкових цілих та аналітичних у крузі функцій перевірено наявність ефекту Леві у випадку, коли послідовність випадкових тейлорових коефіцієнтів є субгаусовою, що узагальнює результати попередників на випадок необмежених коефіцієнтів;
5. встановлено наявність ефекту Леві для випадкових аналітичних функцій в довільних областях Рейнхарта та побудовані приклади на їх точність в різних областях;

6. отримано оцінки зверху та знизу ймовірності відсутності нулів для випадкових цілих функцій та аналітичних функцій та встановлено їхню точність;
7. встановлено необхідні та достатні умови виконання співвідношення типу Бореля в класах додатних інтегралів Лапласа-Стілт'єса, що описуються обмеженням на зростання зверху.

Вищевказані результати безумовно представляють науковий інтерес у теорії аналітичних функцій однієї і багатьох змінних і в областях математики, де ці функції використовуються. Особливо цікаво, що дисертант показав наявність відповідних ефектів для функцій ширшого класу, ніж сепеневі ряди або ряди Діріхле, а саме для деякого класу інтегралів Лапласа-Стілт'єса. Особливий інтерес, як на мене, мають теореми про випадкові аналітичні функції однієї і багатьох змінних, наявність ефекту Леві для них, і насамперед отримані О.Куриляком двосторонні оцінки ймовірностей відсутності нулів у цілих функцій.

3. Зв'язок із науковими програмами.

Дисертаційна робота є складовою частиною досліджень за держбюджетними темами Мг-58Ф "Асимптотичні методи дослідження гармонійних та аналітичних функцій, зображених випадковими рядами, інтегралами Лапласа-Стільтьєса та їх узагальненнями" (номер держреєстрації 0110 U 001365), Мг-145Ф "Нові комплексно-ймовірнісні методи дослідження асимптотичних властивостей аналітичних і субгармонійних функцій, зображених випадковими рядами та інтегралами" (номер держреєстрації 0113 U 003051), Мг-159Ф "Методи комплексного та гармонійного аналізу в теорії аналітичних функцій в банахових просторах" (номер держреєстрації 0113 U 000184), "Нові ймовірнісно-аналітичні методи у комплексному аналізі та теорії операторів", що виконувались на кафедрі теорії функцій і функціонального аналізу.

4. Обґрунтованість і достовірність наукових положень.

Результати дисертаційної роботи А.О. Куриляка строго доведені на високому математичному рівні і тому щодо їхньої правильності не має сумніву. Все це дає підстави стверджувати, що висновки, сформульовані в дисертаційній роботі, є достатньо обґрунтованими та достовірними.

5. Зауваження.

Оформлення реферату та дисертаційної роботи містить невелику кількість недоглядів та опісок. Наведемо деякі з них:

- в рефераті треба відзначити, що під нерівністю Вімана мається на увазі співвідношення між максимумом модуля та максимальним членом степеневого ряду (нерівності Вімана можуть зустрічатися в інших областях аналізу); це звичайно є в тексті дисертації, але читач мусить мати можливість читати реферат незалежно від дисертації, те ж стосується нестандартного визначення \mathfrak{M} ; також було потрібно дати пояснення, що означає "нерівномірно опуклий простір";
- в Твердженні 6.9 мається на увазі, що $I_m(\sigma)$ збігається на **кожній** компактній підмножині в \mathbb{R} ?
- $\Lambda(I)$ є функціоналом на функціях f , тому краще було б писати $\Lambda(f)$;
- означення $\mathcal{I}^*(\nu, \Phi)$, яке ніде не використовується в рефераті;
- Наслідок 6.8. Належить **до** дуального;
- Твердження 6.11 замість **сходилося** потрібно **збігалося**;
- та ж сторінка, означення повної області Рейхарда (написано Рейнгарда);
- сторінка 20 реферату, в означенні \mathcal{D}_1 викинути "для".

Ці недоліки не впливають на мою високу оцінку дисертації.

6. Публікації і апробація результатів роботи.

Наукові результати дисертаційної роботи опубліковано в 30 статтях, серед яких 18 проіндексовано у міжнародних наукометричних базах Scopus та Web of Science, 10 — у наукових фахових виданнях України. Результати дисертаційного дослідження апробовані на 22 всеукраїнських та міжнародних наукових конференціях та надруковані в тезах цих конференцій. Це є додатковим підтвердженням достовірності одержаних А.Куріляком результатів. Публікації достатньо повно відображають основні положення роботи та отримані в ході дослідження результати. Кількість і статус публікацій відповідає встановленим вимогам.

7. Практичне значення результатів роботи.

Дисертаційна робота є теоретичним дослідженням і її результати можуть знайти застосування в тих розділах математики і при дослідженні тих проблем, в яких потрібні асимптотичні оцінки. Результати дисертаційної роботи можуть бути використані у програмах спеціальних курсів, а також у наукових дослідженнях у наукових і навчальних закладах. Зокрема, результати дисертації є цікавими для спеціалістів, що працюють у Львівському, Харківському, Київському університетах, Київському Інституті математики.

8. Загальна оцінка дисертації та її відповідність встановленим вимогам.

З опису результатів дисертації випливає, що майже всі вони одержані А.Куриляком для об'єктів, що активно вивчалися раніше іншими авторами, але при цьому дисертант знаходить нові ефекти або поширює відомі раніше на новий чи істотно ширший клас функцій, використовуючи для цього нові методи і конструкції. Тому дисертаційна робота А.О. Куриляка є високоякісним науковим дослідженням, виконаним на актуальну тематику. Непрості перетворення та викладки, які використовує А.Куриляк для доказу його теорем, свідчать про дуже хорошу кваліфікацію дисертанта. Публікації достатньо повно відображають основні положення роботи та отримані в ході дослідження результати. Кількість і статус публікацій відповідає встановленим вимогам. Реферат адекватно передає зміст дисертаційної роботи.

У підрозділі реферату "Особистий внесок здобувача", де йдеться про статті, написані з співавторами, детально розписаний вклад автора дисертації. Результати перевірки дисертації, аналізу публікацій здобувача, аналізу тексту дисертаційного дослідження та використання джерел, свідчать про відсутність порушення академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації та академічної добросовісності автором роботи.

Отже можна зробити висновок, що дисертація Куриляка Андрія Олеговича на тему "Асимптотичні властивості і розподіл значень випадкових аналітичних функцій" має теоретичний характер і її результати мають вагомое теоретичне значення. Дисертація є самостійною науковою працею, має логічну будову, характеризується науковим стилем. Основні результати характеризуються науковою новизною. Структура і обсяг роботи відповідають вимогам до докторських дисертацій. Результати, отримані автором самостійно, обґрунтовані із використанням сукупності нових методів. В рефераті дисертації відображено основні положення та зміст роботи. Ди-

сертаційне дослідження повною мірою відповідає паспорту спеціальності 01.01.01 — математичний аналіз.

Все вищезазначене дозволяє стверджувати, що за змістом і оформленням, новизною наукових положень, теоретичним і практичним значенням дисертаційна робота відповідає вимогам “Порядку присудження і позбавлення наукових ступенів”, затвердженої постановою Кабінету Міністрів України від 17.11.2021 р, №1197, що висувають до докторських дисертацій, а її автор Куриляк Андрій Олегович заслуговує на присудження наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01. — математичний аналіз.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри фундаментальної математики
Харківського національного університету
імені В. Н. Каразіна

С.Ф. Сергій ФАВОРОВ

24.04.2024

ПІДПИС ЗАСВІДЧУЮ
Начальник відділу
кадрів



Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника
Відділ аспірантури і докторантури
Вх. № 03.04-30/04
« 01 » 05 2024р.