

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу Біланик Ірини Богданівни «Необмежені множини умовної збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду», подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика» галузі знань 11 «Математика та статистика»

Дисертаційна робота присвячена дослідженню важливого класу гіллястих ланцюгових дробів – гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними у випадку фіксованих значень змінних.

Актуальність теми.

Ланцюгові (неперервні) дроби є ефективним апаратом для побудови раціональних наближень дійсних чисел, дробово-раціональних наближень аналітичних функцій. Також вони знайшли своє застосування для інтерполяції функцій, функціоналів та операторів. Ланцюгові дроби володіють властивістю стійкості до ненагромадження похибок в процесі обчислень. У монографіях О. Перрона, Г. С. Уолла, У. Джоунса і В. Трона, Л. Лорентцен і Х. Воделанда, О. М. Хованського та ін. викладено основи аналітичної теорії ланцюгових дробів. Основна увага приділена розвиненню функцій у різні типи функціональних ланцюгових дробів та дослідженню їх збіжності.

Великий вклад в узагальнення та застосування ланцюгових дробів внесла Львівська школа, заснована В. Я. Скоробогатьком. Саме він запропонував використовувати гіллясті ланцюгові дроби для наближення функцій багатьох змінних. Основи аналітичної теорії гіллястих ланцюгових дробів були розвинені у роботах В. Я. Скоробогатька та його учнів: П. І. Боднарчука, Д. І. Боднара, Х. Й. Кучмінської, М. О. Недашковського, М. С. Сявавка. У роботах Д. І. Боднара, Р. І. Дмитришина, О. Є. Баран, Т. М. Антонової, М. М. Бубняк досліджувався новий тип гіллястих ланцюгових дробів – гіллясті ланцюгові дроби з нерівнозначними змінними, які за своєю структурою близькі до кратних степеневих рядів. Р. І. Дмиришин побудував алгоритми розвинення функцій в такі дроби: багатовимірний g -алгоритм Бауера, багатовимірний qd -алгоритм Рутісхаузера та інші. У порівнянні із ланцюговими дробами, питання збіжності

гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними не достатньо досліджено. Тому актуальним є встановлення нових ознак збіжності, зокрема ознак збіжності типу множин збіжності, множин умовної збіжності тощо. Важливо також отримати оцінки похибок наближення підхідними дробами гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду, гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними.

Зміст роботи та новизна одержаних результатів.

Загальний обсяг дисертаційного дослідження 159 сторінок і складається з анотації, вступу, 4-х розділів, висновків, списку використаних джерел (189 найменувань) і додатку, який містить список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.

Розділ 1 «Огляд літератури та теоретичні основи дослідження» містить огляд літератури, означення основних понять, ознаки збіжності, властивості ланцюгових та гіллястих ланцюгових дробів, що використовуються при дослідженні.

Розділ 2 «Гіллясті ланцюгові дроби спеціального вигляду з додатними елементами» містить критерій збіжності таких дробів. Саме він, на мою думку, є основним результатом даного розділу, оскільки його застосовано до отримання низки ефективних ознак збіжності (теореми 2.2-2.4). При його доведенні застосовано новий підхід до дослідження збіжності, що передбачає використання введеного дисертанткою типу фігурних підхідних дробів (C_1 - та C_2 -фігурні підхідні дроби), які є характерними виключно для гіллястих ланцюгових дробів досліджуваної структури. Хоча елементи рядів, які фігурують у формулюванні критерію доволі громіздкі, теорема 2.1 є багатовимірним узагальненням критерію Зейделя збіжності ланцюгових дробів з додатними елементами.

Останній підрозділ присвячено дослідженню чотиричленного рекурентного рівняння. Відомо, що для канонічних чисельників і канонічних знаменників довільного гіллястого ланцюгового дроби не виконуються рекурентні співвідношення, що є характерними для ланцюгових дробів. Тому тут проведено дослідження зворотного питання: у яких випадках відношення лінійно-незалежних розв'язків певного чотиричленного однорідного рекурентного рівняння може бути розвинено у гіллястий ланцюговий дріб спеціального вигляду.

У розділі 3 розглядаються параболічні множини умовної збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду. При доведенні частини результатів використано ідеї доведення параболічних теорем для гіллястих ланцюгових дробів з N гілками розгалуження, а саме, ідею переходу до функціональних гіллястих ланцюгових дробів і наступного використання техніки областей елементів та областей значень при застосуванні теореми Стільтьєса – Віталі. У другому підрозділі застосовано новий метод доведення збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду, що ґрунтується на використанні його S -фігурної збіжності. При цьому здійснюється перехід від двовимірного гіллястого ланцюгового дробу спеціального вигляду до ланцюгового дробу, таким чином зменшується розмірність досліджуваного об'єкта. Цей перехід дає змогу використовувати рекурентні співвідношення, ознаки збіжності характерні для ланцюгових дробів. На завершення, демонструючи можливість застосування одержаних результатів, проведено дослідження збіжності багатовимірних S -дробів з нерівнозначними змінними, що, як показано у роботах Р. І. Дмитришина, С. В. Шарина, Т. М. Антонової, слугують ефективним апаратом наближення багатьох важливих у прикладному аспекті функцій.

Розділ 4 присвячено встановленню оцінок швидкості збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду. Питання збіжності досліджуваних дробів розглядається лише у першому підрозділі, де встановлено багатовимірний аналог теореми Ван Флека. Надалі, на елементи гіллястих ланцюгових дробів, взяті із кутової області, що фігурує у першому підрозділі, накладаються додаткові умови, за яких досліджуються похибки апроксимації їх підхідними дробами. Також, один із підрозділів присвячено дослідженню оцінок швидкості збіжності у спарених кутових множинах.

Варто зазначити, що при обґрунтуванні оцінок, велика увага приділяється результатам теорії ланцюгових дробів, що покладені в основу доведень. Саме застосування цього нового методу, що ґрунтується на одновимірних результатах дало змогу отримати оцінки нового порядку точності.

Наостанок, у підрозділі 4.4 продемонстровано використання оцінок, отриманих у попередніх підрозділах, для встановлення поточкових та рівномірних

оцінок швидкості збіжності гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними.

Усі отримані результати є новими, мають нетривіальні доведення і є важливим вкладом у побудову аналітичної теорії гіллястих ланцюгових дробів з нерівнозначними змінними. При доведенні збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду використовуються нові методи запропоновані І. Б. Біланик, які полягають у пониженні розмірності гіллястого ланцюгового дробу та використанні відомих оцінок збіжності ланцюгових дробів.

Обґрунтованість і достовірність одержаних результатів.

Усі одержані у дисертаційній роботі результати є новими, достовірними та обґрунтованими, що забезпечено наявністю їх строгих доведень та публікацій відповідного рівня. Висновки до розділів та загальні висновки об'єктивно відображають зміст розділів.

Апробація результатів і публікації.

Результати дисертаційного дослідження опубліковано у 5 статтях, серед яких 4 – у наукових журналах, що індексуються наукометричною базою Scopus та/або Web of Science Core Collection та у 18 тезах конференцій, серед яких 9 міжнародних.

Результати дисертації доповідалися та обговорювалися на наукових семінарах та наукових конференціях.

Практичне значення результатів дисертації.

Основні результати мають теоретичний характер і можуть знайти застосування у подальших дослідженнях з теорії наближення функцій, теорії чисел.

Зауваження.

1. Виділено клас гіллястих ланцюгових дробів з двома гілками розгалуження, у які розвивається відношення лінійно-незалежних розв'язків чотиричленного однорідного рекурентного рівняння. Вважаю, що було б доцільно більше уваги приділити дослідженню цього об'єкта, його зв'язку з гіллястими ланцюговими дробами спеціального вигляду. Це можна розглядати як побажання для подальших досліджень.

2. У роботі не використовуються чисельні експерименти, які підтверджують ефективність отриманих результатів. Такі дослідження значно покращили б сприйняття отриманих результатів.
3. Узагальнення теореми Трона – Джоунса встановлено лише для двовимірних гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду. Чи не можна їх перенести на гіллясті ланцюгові дробі спеціального вигляду довільної розмірності?
4. Дисертація достатньо добре вчитана, однак трапляються окремі описки та граматичні помилки.

Вказані вище зауваження не є суттєвими та не впливають на загальну високу оцінку дисертаційного дослідження.

Висновки.

Вважаю, що дисертаційна робота «Необмежені множини умовної збіжності гіллястих ланцюгових дробів спеціального вигляду» є самостійною завершеною науковою роботою, відповідає галузі знань 11 – «Математика та статистика», спеціальності 111 – «Математика», за обсягом проведених досліджень, їх актуальністю, науковим рівнем, кількістю та якістю публікацій задовольняє вимогам Постанови Кабінету Міністрів України №167 від 6 березня 2019 р. «Про проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії» (зі змінами, внесеними згідно з Постановою КМ №979 від 21 жовтня 2020 р.), а її авторка, Біланик Ірина Богданівна, заслуговує присудження наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 – «Математика».

Офіційний опонент
доктор фізико-математичних наук,
професор,
завідувач кафедри обчислювальної
математики та програмування
Національного університету
«Львівська політехніка»,



І. І. Демків

Підпис засвідчую
Вчений секретар НУ «ЛП»



Р. Б. Брилинський