

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію

Аль-Зірджаві Фарах Джавад Галі

„Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, які є інваріантними відносно дії операторних напівгруп“, подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 “Математика”, (галузь знань 11 “Математика та статистика”)

Теорія аналітичних функцій у нескінченновимірних банахових просторах є відносно новим і перспективним напрямком нелінійного функціонального аналізу. Велика кількість науковців присвятили свої дослідження питанням можливості продовження результатів лінійного функціонального аналізу або теорії функцій багатьох комплексних змінних для поліноміальних та аналітичних відображень від нескінченної кількості змінних. У зв'язку з цим, дослідження симетричних аналітичних функцій на банаховому просторі можна розглядати як певний крок у побудові нескінченновимірного аналогу класичної теорії інваріантів. Іншими словами, якщо G — деяка група або напівгрупа операторів (не обов'язково лінійних) на лінійному просторі X , то завданням класичної теорії інваріантів є явний опис симетричних (інваріантних) поліномів відносно дії цієї групи на X . У випадку, коли X — нескінченновимірний банахів простір, додається задача про опис алгебри симетричних (відносно G) аналітичних функцій обмеженого типу та спектра (множини неперервних комплексних гомоморфізмів) цієї алгебри. Таким чином, розв'язання цієї задачі вимагає залучення теорії аналітичних функцій на банахових просторах, теорії топологічних алгебр, комбінаторики.

Дослідження інваріантів групи нескінченних підстановок множини натуральних чисел в алгебрі поліномів на просторах ℓ_p розпочалось у 70-их роках минулого століття у роботах А.С. Німеровського, С.М. Семенова та було продовжено у 90-их роках у статті М. Гонзалеза, Р. Гонзало, Х. Хараміло. Зокрема, було описано алгебраїчні базиси симетричних поліномів на просторах ℓ_p та отримано результати про апроксимацію симетричних диференційовних функцій поліномами в дійсному гільбертовому просторі. Пізніше, у статті Р. Аленкара, Р. Арона, П. Галіндо і А. Загороднюка було досліджено алгебри симетричних аналітичних функцій на ℓ_p та їх спектри. Ця робота дала початок інтенсивним дослідженням алгебр симетричних аналітичних функцій на різних банахових просторах.

У дисертаційній роботі вперше розглянуто алгебру суперсиметричних аналітичних функцій на декартовому добутку простору ℓ_1 . Суперсиметричні поліноми є інваріантами напівгрупи афінних операторів, яка складається з перестановок базисних векторів (окремо у кожній компоненті де-

картового добутку) та операторів симетричного зсуву, які діють одночасно у кожній компоненті. Суперсиметричні поліноми у скінченновимірних просторах мають застосування у статистичній квантовій механіці. Таким чином, тема дисертаційної роботи є актуальною в контексті передових наукових досліджень у нескінченновимірному функціональному аналізі.

Основним результатом дисертації Аль-Зірджаві Фарах Джавад Галі є побудова основ теорії суперсиметричних аналітичних функцій на нескінченновимірному банаховому просторі. Зокрема, в роботі описано алгебраїчні базиси алгебри суперсиметричних поліномів, досліджено питання про неперервність природних гомоморфізмів в алгебру симетричних поліномів, знайдено зображення спектру алгебри суперсиметричних аналітичних функцій обмеженого типу. Цікавими і несподіваними є результати щодо алгебраїчних і топологічних структур на спектрі. Зокрема, описано структуру метричного кільця $\mathcal{M}$ у спектрі алгебри суперсиметричних аналітичних функцій обмеженого типу, його гомоморфізми та підкільця. Зауважимо, що кільце $\mathcal{M}$ можна розглядати як фактор-простір простору $\ell_1 \times \ell_1$ по відношенню еквівалентності, яке задається суперсиметричними поліномами.

В останньому розділі дисертації замість простору $\ell_1 \times \ell_1$ вибрано зважену нескінченну суму таких просторів. Це зроблено у такий спосіб, що відношення кільця $\mathcal{M}$ є алгеброю над полем дійсних чисел. Для цього випадку, в дисертації, також, отримано низку цікавих результатів і прикладів.

Всі результати дисертаційної роботи Аль-Зірджаві Фарах Джавад Галі є новими. Вони сформульовані у вигляді теорем, лем, тверджень і наслідків, які супроводжуються повними доведеннями. Висновки дисертаційного дослідження є обґрунтованими і не викликають сумнівів.

Результати дисертаційного дослідження повністю опубліковано у трьох журнальних статтях та апробовано на 5-ти міжнародних і всеукраїнських конференціях. Журнали, в яких опубліковано результати входять до наукометричних баз Scopus і/або Web of Science. З них журнал *Symmetry* є закордонним виданням.

Дисертація оформлена на належному науковому рівні, містить необхідну попередню інформацію та достатньо детальні пояснення.

У дисертаційній роботі відсутні ознаки плагіату та інших порушень академічної доброчесності.

У дисертації є певні недоліки.

1. Множина $\mathcal{M}$ є фактор-простором $\ell_1 \times \ell_1$ по введеному відношенню еквівалентності. Тому на $\mathcal{M}$ існує природна фактор-топологія. У дисертації розглянуто іншу топологію, яка є метризовною. Було б корисно порівняти ці дві топології.
2. Клас Ω у п'ятому розділі визначений неявно. Було б добре визначити умови за яких функції належать цьому класу.
3. У роботі трапляються граматичні помилки і описки на сторінках 52,

61, 69, 72, 97, 99.

Вказані зауваження не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації і не зменшують її наукового значення.

Таким чином, дисертація Аль-Зірджаві Фарах Джавад Галі є цілісним завершеним самостійним дослідженням, яке містить значний внесок у теорію аналітичних функцій у нескінченновимірних банахових просторах. Дисертаційна робота „Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, які є інваріантними відносно дії операторних напівгруп“ відповідає спеціальності 111 “Математика” та вимогам “Порядку проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії”, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 6 березня 2019 р. № 167, а її автор Аль-Зірджаві Фарах Джавад Галі безумовно заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора філософії у галузі 11 “Математика та статистика” за спеціальністю 111 “Математика”.

Офіційний опонент,
кандидат фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник відділу
аналізу, геометрії та топології

Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України



І.В. Чернега

Підпис	Чернега І.В.
Засвідчую	
Ст. інжен. ВК	Григорук
" 08 " 06	2021 р.

