ВІДГУК

офіційного опонента

на дисертаційну роботу

Голубчака Олега Михайловича

Оператори в гільбертових просторах симетричних аналітичних функцій на банаховому просторі з симетричною структурою

подану на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

за спеціальністю 01.01.01 - математичний аналіз (111 — математика)

Тематика даної дисертаційної роботи знаходиться на стику різних розділів сучасної математики. А саме, нелінійного функціонального аналізу, теорії аналітичних функцій на банахових просторах, теорії операторів, комбінаторики і теорії симетричних многочленів.

Теорія аналітичних функцій на нескінченновимірних банахових просторах отримала широкий розвиток у кінці минулого століття. Підсумком цих досліджень можна вважати монографії Л. Нахбіна, Ш. Дініна, Х. Мухіки. Також у цей період у роботах багатьох математиків (А. Німеровського, С. Семенова, М. Гонзалеза, Р. Гонзало, Х. Хараміло, П. Гаєка та інших) було вперше розглянуто симетричні поліноми і аналітичні функції на просторах ℓ_p та L_p. Пізніше алгебри симетричних аналітичних функцій на просторах з симетричною структурою та їх спектри досліджувались у працях Р. Аленкара, Р. Арона, П. Галіндо, М. Маестре І. Чернеги, А. Загороднюка, Т. Василишина, В. Кравців. Зокрема, в серії робіт І. Чернеги, П. Галіндо, А. Загороднюка було описано природні алгебраїчні операції на множині мультиплікативних функціоналів алгебри симетричних аналітичних функцій обмеженого типу на просторі ℓ_1. З іншого боку, в роботах Б. Коула, Т. Гамеліна, А. Дефанда, О. Лопушанського, А. Загороднюка досліджувались гільбертові простори аналітичних функцій на областях простору ℓ_2 та оператори у цих просторах. Ці дослідження широко використовують техніку симетричних просторів Фока, які активно застосовуються у теоретичній фізиці для опису станів квантових частинок.

Дана дисертаційна робота присвячена дослідженню гільбертових просторів симетричних аналітичних функцій від нескінченної кількості змінних і операторів у цих просторах, пов'язаних з гомоморфізмами і диференціюванням підалгебр симетричних поліномів, а також вивченню зв'язків цих просторів з симетричними просторами Фока. Тому тема дисертації є актуальною, адже вона цілком знаходиться у площині вищезгаданих сучасних досліджень.

Дисертація Олега Голубчака складається зі списку основних позначень, вступу, огляду відомих результатів, які безпосередньо стосуються тематики дисертаційних досліджень, розділу, що містить попередні результати і основні методи досліджень, і двох основних змістовних розділів (третього і четвертого), в яких викладені результатів дисертації.

Третій розділ роботи присвячений вивченню властивостей гільбертових просторів $H_s^b(\ell_1)$ симетричних аналітичних функцій, визначених на областях в ℓ_1. Тут, зокрема, одержано такі результати: знайдено різні базиси в просторі $P_s(\ell_1)$ симетричних поліномів на ℓ_1 (підрозділ 3.1); встановлено умови неперервності функціоналів обчислення δ_x, які породжені елементами $x \in \ell_1$ і діють на гільбертовому просторі $H_s^b(\ell_1)$, що є природним поповненням симетричних поліномів (підрозділ 3.2); одержано зображення множини c_{00} усіх скінченних мультимножин у комутативній напівгрупі $P_N(\mathbb{C})$ всіх нормованих поліномів (підрозділ 3.3) і у просторі $\mathcal{H}(\mathbb{P})$ симетричних аналітичних функцій (підрозділ 3.4), а також вивчено властивості цих зображень; досліджено зв'язки простору $H_s^b(\ell_1)$ з абстрактними симетричними просторами Фока $\mathcal{F}(E)$ над гільбертовим простором E, а саме, одержано ізоморфізми просторів $H_s^b(\ell_1)$ в простори Фока, перенесено методи комбінаторики на тензорні поліноми і побудувати неоднорідні ортогональні системи у симетричних просторі Фока (підрозділ 3.5).

Четвертий розділ дисертаційної роботи присвячений вивченню мультиплікативних операторів на просторі $H_s^b(\ell_1)$ симетричних аналітичних функцій. У даному розділі одержано такі основні результати: встановлено необхідні і достатні умови неперервності мультиплікативних функціоналів на просторі $H_s^b(\ell_1)$ (підрозділ 4.1); отримано зображення просторів $H_s^b(\ell_1)$ з мультиплікативною та субмультиплікативною нормою (підрозділ 4.1); досліджено умови неперервності і самоспряженості операторів композиції на $H_s^b(\ell_1)$ (підрозділ 4.2); побудовано біортогнальні базиси в просторі симетричних аналітичних функцій $H_s^z(\ell_1)$ (підрозділ 4.3) і аналоги дробових відображень на множині мультимножин (підрозділ 4.4); описано відтворююче ядро у просторі $H_s^b(\ell_1)$ (підрозділ 4.5); досліджено умови замкненості і обмеженості операторів симетричного зсуву на $H_s^b(\ell_1)$ (підрозділ 4.6); побудовано оператор симетричного диференціювання на просторі $H_s^b(\ell_1)$, спряжений оператор до нього і одержано комутаційні співвідношення між цими операторами (підрозділ 1.7).

Дисертація написана грамотною мовою, акуратно оформлена і справляє хороше враження. Викладені нижче зауваження і побажання вказують на можливість покращення викладу матеріалу дисертації:

1. У роботі трапляються деякі спеціальні терміни (наприклад, продовження Арона-Бернера) без відповідного пояснення.

2. Система позначень, прийнята у дисертації, не достатньо добре продумана. Деякі символи перевантажені. Наприклад, M_y позначає оператор композиції з симетричним множенням на y, а $\{M_\lambda\}$ – позначення для одного з лінійних базисів у просторі $H_s^b(\ell_1)$; простори $H_s^b(\ell_1)$ та $H_{bs}(\ell_1)$ мають подібне позначення, але є зовсім різними об'єктами; символ P перевантажений і позначає у різних випадках різні об'єкти.

3. На сторінці 50_5 фраза *Якщо такий елемент* R_x *існує* є зайвою, адже перед цим автор якраз довів існування такого елемента.

4. На сторінці 51^2 фразу *Знайдемо область збіжності даного ряду* краще замінити на фразу *Встановимо достатні умови збіжності даного ряду*, адже автор, насправді, робить тільки це.

5. На сторінці 51_7 у фразі *радіус збіжності ряду можна оцінити* варто вказати ряд, про який іде мова, адже перед цим було кілька різних рядів.

6. Доведення теореми 3.2.1 на сторінці 51 варто викласти у детальнішій редакції, пояснивши аналітичність довільного елемента простору $H_s^b(\ell_1)$.

7. У формулюванні леми 4.1.2 фраза *множина ... є абсолютно сумовною у квадраті* є некоректною, адже, насправді, мова йде про відповідну зліченну сім'ю, тобто послідовність.

8. Означення добутку

$$[x] \diamond [y] = [(x_1y_1, x_2y_1, \ldots, x_1y_2, \ldots, x_iy_j, \ldots)]$$

на сторінці 89^7 подано дещо неакуратно, адже формально об'єкт $(x_1y_1, x_2y_1, \ldots, x_1y_2, \ldots, x_iy_j, \ldots)$ не є елементом простору ℓ_1.

9. На сторінці 100^1 у фразі *повторюючи міркування теореми 4.4.1* певно мається на увазі *міркування доведення теореми 4.4.1.* Крім того, ця фраза вказує на те, що варто було б відповідні міркування оформити в окреме твердження, яке можна було б застосувати двічі. Аналогічна ситуація з доведенням теореми 4.1.4 на сторінці 102_{2-3}.

10. У роботі вживаються русизми:

    - *приймати значення* замість *набувати значення* (сторінки 31_3, 105^{11});

    - *в якості* замість *за* (сторінка 57_2);

    - *відзначимо* замість *зазначимо* (сторінки 112^2).

11. У роботі трапляються окремі описки:

    - на сторінках 30_1 і 31^3 повинно бути $\lambda > 0$ замість $\lambda \in \mathbb{C}$;

    - на сторінці 32_2 повинно бути *для деяких* $c, s > 0$ замість *для деякого* $c, s > 0$;

    - на сторінці 50^{14} повинно бути *функціонала на* $H^b_s(\ell_1)$ замість *функціонала на* $H^b_s(\ell_1)$;

    - на сторінці 67^6 повинно бути $x \in \Omega_b$ *таке, що* замість $x \in \Omega_b$, *що*;

    - на сторінці 67_2 повинно бути $P_n = \sqrt{n}$ замість $P_n = \sqrt{n} = n$;

    - на сторінці 70^{10} повинно бути *Позначимо через* $G(t)$ замість *Позначимо* $G(t)$;

    - на сторінці 71^{10} повинно бути *для кожного* $x \in \ell_1$ замість *для* $\forall x \in \ell_1$;

    - на сторінці 81^5 одне слово *такий* – зайве;

    - на сторінці 85^4 повинно бути *такі, що* замість *такий, що*;

    - на сторінці 88^1 повинно бути *Позначимо через* W замість *Позначимо* W;

    - на сторінці 105_2 повинно бути *то існує* замість *існує.*

Подані вище зауваження не мають принципового характеру і не применшують позитивного враження від дисертаційної роботи Голубчака Олега. Робота демонструє високий рівень математичної кваліфікації її автора. Усі основні результати дисертації є новими, вони супроводжуються строгими і повними доведеннями і їх правильність не викликає сумніву. Автореферат та висновки адекватно відображають зміст дисертації.

Результати дисертації повністю опубліковано у 7 наукових статтях, дві з яких в журналах, що входять в категорію А переліку наукових фахових видань України, і одна стаття в закордонному журналі, який входить до наукометричних баз Scopus та Web of Science, що повністю відповідає вимогам щодо кандидатських дисертацій. Крім того, результати апробовані на багатьох міжнародних і всеукраїнських конфереціях та наукових семінарах.

Вважаю, що дисертаційна робота О. М. Голубчака утворює цілісне наукове дослідження, яке містить значний внесок у сучасний нелінійний функціональний аналіз. Тому, дисертація О. М. Голубчака „Оператори в гільбертових просторах симетричних аналітичних функцій на банаховому просторі з симетричною структурою", подана на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз, відповідає вимогам „Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (із змінами і доповненнями, внесеними згідно з Постановами КМ № 656 від 19.08.2015 р., № 1159 від 30.12.2015 р., № 567 від 27.07.2016 р. та Наказом МОН № 40 від 12.01.2017 р.), щодо кандидатських дисертацій, а її автор Голубчак Олег Михайлович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент,
доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри математичного аналізу
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича В.В. Михайлюк

Підпис Михайлюка В.В.
Учений секретар Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича
Ліповська Н.О.
29 квітня 21

Прикарпатський національний університет ім. Василя Стефаника
03.09-39/81
30 04 20 21