

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію **Голубчака Олега Михайловича**  
*„Оператори в гільбертових просторах симетричних аналітичних функцій на банаховому просторі з симетричною структурою“*,  
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз (111 — математика).

**Актуальність дослідження та його мета.** Основною тематикою даної дисертаційної роботи є функціональний аналіз, точніше, такий його розділ як теорія операторів у нескінченновимірних просторах, в першу чергу, теорія аналітичних функцій на комплексних банахових просторах, що подаються у вигляді локально збіжних рядів з багаточленних відображень. Зрозуміло, що багаточлени на банахових просторах слугують прикладами найпростіших нелінійних відображень. Втім для них можна отримати значну частину результатів лінійного функціонального аналізу. Чимало цікавих питань теорії операторів та теорії функцій можна дослідити при розгляді гільбертових просторів аналітичних функцій від однієї та декількох комплексних змінних, наприклад, простори Гарді аналітичних функцій на кулі, полікрузі та напівплощині. Відомі роботи Б. Коула, А. Дефанда, О. Лопушанського, І. Заульдендо, в яких вивчаються гільбертові простори аналітичних функцій на таких підмножинах в  $\ell_2$  як куля, напівпростір, полікруг, нескінченний добуток скінченновимірних полікрузів тощо. Результати цих досліджень мають стосунок до деяких моделей квантової механіки. Такий гільбертів простір часто можна подати у вигляді простору лінійних неперервних функціоналів на симетричному просторі Фока з певною зваженою нормою.

Водночас варто згадати дослідження А. Німеровського, С. Семенова, М. Гонзалеза, Х. Хараміло, Р. Аленкара, Р. Арона, П. Галіндо, де розглядалися симетричні багаточлени на просторах з певною додатковою симетричною структурою та алгебри, породжені цими багаточленами. Варто відзначити, що такі багаточлени на скінченновимірних просторах виступають класичним об'єктом для досліджень в алгебрі та комбінаториці. Водночас вони стали об'єктом досліджень у функціональному аналізі в задачах апроксимації неперервних функцій на дійсних банахових просторах. Для багатьох випадків також описано спектр топологічних алгебр аналітичних функцій, породжених симетричними багаточленами на просторах  $\ell_p$ ,  $1 \leq p < \infty$ ,  $L_p[0, 1]$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ . У цьому зв'язку варто згадати праці Т. Василичина.

Дана робота виступає логічним продовженням попередніх досліджень. У ній вивчаються властивості гільбертового простору  $H_s^b(\ell_1)$  породженого простору симетричних багаточленів на  $\ell_1$  та поповненим у деякій евклідовій нормі з певною вагою  $b$ . Цей простір здобувач глибоко, змістовно і наскрізно розбирає у своїй роботі, так би мовити догола. А саме ним знайдено умови неперервності функціоналів на цьому просторі, розглянуто оператори з цього простору в себе, задані як композиція з симетричними відображеннями на  $\ell_1$ , отримано базиси на цьому просторі, а також вивчено оператори диференціювання у ньому.

Веручи це все до уваги, дослідження перерахованих тут питань, проведені у дисертаційній роботі, виступають актуальними.

**Наукова новизна результатів дисертаційної роботи.** Усі результати, отримані в дисертаційній роботі, нові. У дисертації розв'язано ряд актуальних задач з нескінченновимірного комплексного аналізу, а саме знайдено зображення множини мультимножин у просторах симетричних багаточленів та аналітичних функцій, встановлено умови за яких елементи з простору  $\ell_1$  породжують неперервні функціонали у гільбертових просторах симетричних аналітичних функцій на  $\ell_1$ , побудовано унітарні ізоморфізми цих просторів у зважені симетричні простори Фока та простори аналітичних функцій в областях гільбертового простору, встановлено умови неперервності операторів композиції у гільбертових просторах симетричних аналітичних функцій, що пов'язані з

алгебричними операціями на множині мультимножин, описано відтворювальне ядро у гільбертовому просторі симетричних аналітичних функцій.

**Обґрунтованість і правильність результатів дисертації** Всі формулювання математичних результатів дисертаційної роботи Голубчака О. М. є правильними та новими. Їхні доведення строго обґрунтовані, а правильність міркувань та висновків не викликає сумнівів.

**Зауваження.** Дисертаційну роботу оформлено на належному науковому рівні. Тим не менш, у ній наявне незначне число певних недоглядів та неточностей. Зокрема,

1. код УДК 517.98 досить загально описує зміст дисертації. Це, по суті, функціональний аналіз і теорія операторів. Такий код більше пасував би до підручників. До тематики дисертації, на мою думку, найбільше підходить 517.983.2 – Лінійні оператори в лінійних нескінченновимірних просторах: загальні властивості. Або й навіть 517.983.24 – лінійні оператори в гільбертових просторах  
А зважаючи на те, що в дисертації доведено, що відповідний простір, породжений симетричними багаточленами від нескінченної кількості змінних, виступає простором аналітичних функцій в кулі з  $\ell_1$  можна було б дописати ще й таке УДК 517.982.274 – Простори аналітичних функцій.
2. Наявні певні кальки з російської на кшталт: можна зустріти „відтворююче ядро“ на с. 13, 18, 30, 55, 112, 126 замість „відтворювальне ядро“; „більш загально“ на с.24<sup>12</sup> замість "загальніше"; „більш загального“ на с.100<sup>12</sup> замість "загальнішого"
3. У особистому внеску здобувача нічого не сказано про його внесок у одній статті, яка крім нього містить ще трьох співавторів. Йде мова про статтю Chernega I., Holubchak O., Novosad Z., Zagorodnyuk A. Continuity and hypercyclicity of composition operators on algebras of symmetric analytic functions on Banach spaces // European Journal of Mathematics. 2020. - V.6, № 1. - P. 153-163. Стосовно внеску наукового керівника здобувача, професора Загороднюка А. В. усе чітко описано. Втім пункт особистий внесок здобувача придумали колись саме для того, щоб чітко розділяти свої результати від чужих. Було б добре дізнатися, які результати зі вказаної статті належать здобувачеві Голубчаку О. М.
4. с.25, у формулюванні теореми 3.2.1 написано „є простором аналітичних функцій в кулі з центром в нулі радіуса...“. Думаю, між словом нулі та словом радіуса пропущений сполучник „та“, інакше можна подумати, що йде мова про радіус нуля.
5. с.39, у твердженні 2.2.2 використовується термін „найбільша радіальна підмножина“, але ніде в дисертації я не знайшов означення цього терміну.
6. с.43, у теоремі 2.2.10 використовується термін „продовження Арона-Бернера полінома  $f_n$ “, означення якого також відсутнє в дисертації.
7. с.81<sup>6</sup> в українській мові загальноприйнято використовувати скорочення с. для номера сторінки, а не ст. А там написано (див. [76], ст.3).

Зрозуміло, що перераховані зауваження не справляють сильний вплив на розуміння наукових положень дисертації та не викликають сумнівів у правильності основних математичних здобутків дисертанта.

**Публікації та апробація результатів роботи.** Результати дисертації опубліковано в 27 наукових роботах, з них 20 — матеріали міжнародних та всеукраїнських конференцій та семінарів (14 без співавторів), 7 — наукові статті (4 без співавторів). Серед 7 статей здобувача міститься 1 стаття у закордонному виданні, що індексується в наукометричній базі Scopus та Web of Science, 2 статті у виданні, що індексується в наукометричній базі Web of Science (на момент публікації), 2 статті у виданні з категорії А, перекладна версія якого індексується у Scopus, та 2 статті у фахових виданнях України (на момент публікації). Окрім конференцій, результати дисертації доповідалися на семінарах кафедри математичного і функціонального аналізу факультету математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефани-

ка, семінарі відділу функціонального аналізу Інституту прикладних проблем механіки і математики імені Я. С. Підстригача НАН України. Зважаючи на це, можна стверджувати, що ця кандидатська дисертація пройшла належну апробацію.

Автореферат досить повно розкриває основні результати та суть дисертаційної роботи. А головні здобутки вичерпно опубліковані у наукових виданнях.

**Практичне значення результатів роботи** Результати дисертації мають глибокий теоретичний характер. Ними можна скористатися для подальшої розбудови загальної теорії функцій, теорії нелінійних операторів, чи взагалі у функціональному аналізі.

Наведені здобутки розширюють теорію гільбертових просторів симетричних багаточленів та аналітичних функцій у випадку їхнього задання на  $\ell_1$ .

**Висновки.** У роботі істотно доповнюється теорія деяких абстрактних просторів. Дисертант вмilo і грамотно поєднав методи функціонального аналізу, в першу чергу, теорії гільбертових просторів, разом з окремими ідеями комплексного аналізу. Здобувач побудував ґрунтовну теорію про простір симетричних багаточленів від нескінченного числа змінних, заданих на  $\ell_1$ . Його багата алгебрична структура дозволила здобувачу через вибір різних евклідових норм на алгебрі симетричних багаточленів досліджувати різні гільбертові простори. Зокрема, у дисертації знайдено необхідні та достатні умови того, що ці простори складаються з аналітичних в деякій області в  $\ell_1$  функцій, а також описано цю область. Додатково описано природні ізоморфізми цих просторів, а також зважених симетричних просторів Фока.

Перераховані нами зауваження не зменшують наукового значення дисертації.

Підсумовуючи наведене, висновуємо, що дисертаційна робота О. М. Голубчака утворює цілісне, повноцінне та виконане на актуальну тематику наукове дослідження з новим внеском у нескінченновимірний комплексний аналіз, а саме у теорію гільбертових просторів, породжених симетричними багаточленами від нескінченного числа змінних. Відповідно, дисертація О. М. Голубчака „Оператори в гільбертових просторах симетричних аналітичних функцій на банаховому просторі з симетричною структурою“, подана на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз, відповідає вимогам „Порядку присудження наукових ступенів“, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24 липня 2013 р., а її автор Голубчак Олег Михайлович заслуговує на присудження йому наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз.

Офіційний опонент,  
професор, доктор фізико-математичних наук,  
професор кафедри вищої математики  
Івано-Франківського національного  
технічного університету нафти і газу

  
Підпис *А. І. Бандура*  
А. І. Бандура

  
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу  
201333

*В. Прошок*

Тракарпатський національний  
університет ім. Василя Стуса  
Ік. ІДОР № 0304-30997  
*В. Прошок*