

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Тарасевич Алли Валеріївни

на тему

**“Класифікація функційних рівнянь і тотожностей
на тернарних квазігрупах”,**

представленої на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних за спеціальністю

01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Актуальність теми дослідження. Стрімкий розвиток людства стимулюється й забезпечується використанням різних технологій, в основі яких знаходяться комп'ютери. Банківська справа, енергетика, оборона, управління державою все це врешті решт замикається на комп'ютери. Ціною такого прогресу є те, що однією вдалою хакерською атакою можна посіяти хаос у країні, вивести з ладу її електростанції, призвести до вибухів на оборонних заводах. У зв'язку з цим все більш нагальною стає потреба в забезпеченні ефективного та безпечного цифрового спілкування. Для реалізації цієї задачі необхідно створити новий, стійкий від зламу клас крипто-примітивів. А. Петреску, V. Dimitrova, S. Markovski, D. Gligoroski та інші описали важливість застосування скінченних n -арних квазігруп у розробці крипто-примітивів та криптографічних схем. Криптоперетворення в цих схемах базуються на багатомісних оборотних операціях. Їх побудова та вивчення розкладів за допомогою композицій вимагає дослідження функційних рівнянь на оборотних, тобто квазігрупових операціях. Тому природно, постає потреба їх класифікації та дослідженні їх квазігрупових розв'язків, тобто за допомогою парастрофно-первинної рівносильності. При цьому ставляться такі задачі: описання класів, виділення представників з кожного з них та їх розв'язання. Застосування результатів розширюється і дослідження спрощується, якщо не брати до уваги залежність між функційними змінними, тобто вважати їх різними. Такі рівняння називаються узагальненими.

Вивчення узагальнених функційних рівнянь на бінарних квазігрупах описано в багатьох працях, зокрема В. Білоусовим, О. Крапежем, С. Крстичом, Я. Дуплаком, Ф. Сохацьким, Р. Коваль, Г. Крайнічук, Ю. Мовсисяном та іншими.

На даний час класифікація узагальнених рівнянь на тримісних оборотних функціях перебуває на початку свого розвитку. М. Тейлор, А. Абрамян, П. Сирбу, Д. Чебан та інші вивчали деякі типи функційних рівнянь на тернарних квазігрупах. Але проблема опису таких рівнянь з точністю до парастрофно-первинної рівносильності залишається відкритою.

У поданій дисертаційній роботі досліджуються узагальненні функційні рівняння та тотожності на тернарних квазігрупах та наводяться розв'язки деяких класів рівнянь, що є змістовним внеском у теорію неасоціативних структур, скінченних тримісних функцій та функційних рівнянь. Виходячи із зробленого аналізу, вважаю, що тематика проведених досліджень є важливою та актуальною.

Зміст роботи. Дисертація Тарасевич А.В. складається з переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, висновків і бібліографії, що містить 108 літературних джерел.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, вказано об'єкт, предмет та методи дослідження, сформульовано мету й задачі дослідження, а також наведено інформацію щодо апробації результатів та публікацій за темою дисертації.

У першому розділі “Тернарні квазігрупи, функційні рівняння та тотожності”, що має допоміжний характер, дисертантка наводить основні поняття та результати інших авторів, описує методи, які використовувались під час дослідження, робить огляд літератури з даної тематики.

Результати дисертаційної роботи, що виносяться на захист, у повному обсязі викладено в другому, третьому та четвертому розділах.

У другому розділі “Класифікація та розв'язування тернарних функційних рівнянь довжини один і два” у теоремі 2.1 встановлено, що нетривіальних функційних рівнянь довжини один на тернарних квазігрупах є два класи; у наслідках 2.1 та 2.2 знайдено розв'язання таких рівнянь; у теоремі 2.2 доведено, що нетривіальних функційних рівнянь довжини два є сім класів; виділено їх представники та наведено їх розв'язання.

У третьому розділі “Узагальнені нетривіальні тернарні функційні рівняння довжини три” розглядаються рівняння, функційні змінні яких попарно різні. У

теоремі 3.1 доведено, що кожне узагальнене тернарне квазігрупове функційне рівняння довжини три парастрофно-первинно рівносильне одному із 38 рівнянь, які розділено за предметними типами. У теоремі 3.5 описано лінійні розв'язки рівнянь предметного типу $(5,3,0,0)$.

У розділі 4 вивчаються квадратичні тернарні квазігрупові нетривіальні функційні рівняння й тотожності довжини три, тобто такі рівняння, в яких кожна предметна змінна повторюється двічі. Основні результати цього розділу подані у теоремах 4.1-4.3, 4.5, 4.7-4.9. У цих теоремах: встановлено існування точно чотирьох квадратичних тернарних квазігрупових нетривіальних функційних рівнянь довжини три з точністю до парастрофно-первинної рівносильності і знайдено їх перелік; знайдено розв'язання всіх наведених рівнянь в класах тернарних квазігруп та універсальних луп; описано з точністю до рівносильності квадратичні квазігрупові тотожності в класі універсальних луп, а також описано квазігрупові многовиди, які визначаються квадратичними тотожностями.

Проведений аналіз отриманих результатів показує, що дисертаційна робота цілком відповідає спеціальності 01.01.06 – алгебра та теорія чисел. Їх достовірність забезпечена строгими математичними доведеннями та була апробована на міжнародних конференціях і семінарах у різних наукових установах.

Зауваження й побажання.

При оформленні роботи допущені деякі неточності.

1) У дисертації та авторефераті формулювання теореми 3.1 різне і відрізняється тотожностями за номером (3.5) та тотожностями за номером (3.7). Проте, оскільки ці пари тотожностей парастрофно-первинно рівносильні, що доведено в дисертації на 95 сторінці, тому і в авторефераті, і в дисертації теорема 3.1 істинна.

2) У авторефераті на 17 стор. у 23-му рядку пропущені слова: уніпотентна лупа, моток, булевий моток, ці ж слова пропущені на 18 стор. у 12-му рядку.

3) У роботі є незначні граматичні помилки та описки, зокрема на 6 стор. у 2-му рядку слово «довведено» помилково вказано з двома буквами «в»; на 27 стор. слова «вивчення» та «питання» помилково вказано з трьома буквами «ннн» та ін..

Разом з тим, вказані недоліки не є суттєвими і не впливають на загальну високу оцінку поданої до захисту роботи.

Дисертація Тарасевич А.В є завершеною науковою працею, в якій отримані нові результати. За обсягом, змістом, структурою, повнотою викладу результатів, оформлення дисертаційного дослідження відповідає встановленим вимогам.

Зміст автореферату у повній мірі відображає основні положення, висновки, теореми і твердження дисертаційної роботи, що виносяться на захист.

Усі результати дисертації достатньо повно відображені в 12 опублікованих наукових працях, з яких 5 — у фахових виданнях із переліку, затвердженого Міністерством освіти і науки України, серед яких 1 — у фаховому виданні, яке включене до міжнародних наукометричних баз даних "Scopus" та "Web of Science", 5 — у матеріалах міжнародних наукових конференцій, 2 — у матеріалах наукових конференцій молодих учених України. Наукові положення дисертації доповідались та обговорювались на низці конференцій, в тому числі міжнародних, а також на семінарах і здобули схвальну оцінку спеціалістів.

Враховуючи сказане, вважаю, що результати дисертаційної роботи "Класифікація функційних рівнянь і тотожностей на тернарних квазігрупах", поданої на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук, є завершеним науковим дослідженням і відповідають усім вимогам пп. 9, 11-14 "Порядку присудження наукових ступенів" (Постанова Кабінету Міністрів України № 567 від 24. 07. 2013) щодо кандидатських дисертацій, а її автор, Тарасевич Алла Валеріївна, заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Доктор фізико-математичних наук,
провідний науковий співробітник відділу
алгебри Інституту прикладних проблем
механіки і математики НАН України,
старший науковий співробітник

В.П. Щедрик

Підпис	<i>Щедрика В.П.</i>
засвідчую	
Ст. інсп. ВК	<i>Щ</i>
" <i>Л</i> "	<i>04</i>
	<i>2021 р.</i>



28
03.04-30/1
04
2