

## ВІДГУК

офіційного опонента **Дереча Володимира Дмитровича**  
на дисертаційну роботу **Тарасевич Алли Валеріївни** на тему  
*“Класифікація функційних рівнянь і тотожностей  
на тернарних квазігрупах”*

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук  
зі спеціальності 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Загальновідомо, що теорія тотожностей у різних алгебричних системах відіграє важливу роль. У теорії квазігруп багато класів визначаються тотожностями, наприклад, медіальні квазігрупи, квазігрупи Штейнера та інші. В цьому напрямку є дві найважливіші задачі: описати алгебри з тотожностями та описати тотожності на алгебрах.

Щодо квазігруп, то у першому випадку маємо структурну теорію квазігруп і вона розвинена. Особливо це стосується луп Муфанг, які є досить близькі до груп. А у другому випадку специфіка квазігруп потребує особливого підходу, враховуючи неасоціативність операцій. Тотожність в квазігрупі – це універсальна рівність двох термів, всі операції якої парастрофні між собою. Вивчаючи тотожності, постало питання про з’ясування залежностей між операціями в тотожності, які впливають лише із розташування дужок і появ предметних змінних, тобто вивчення узагальнених тотожностей, які визначаються тим, що всі функційні символи (функційні змінні) різні. Їх також називають узагальненими функційними рівняннями. В.Д. Білоусов в 1958 році довів, що з узагальненої асоціативності випливає, що всі чотири квазігрупи ізотопні одній і тій же групі, а з узагальненої медіальності отримано, що всі шість квазігруп ізотопні одній і тій же комутативній групі. Тому виник інтерес до вивчення узагальнених функційних рівнянь і їх класифікації з точністю до парастрофно-первинної рівносильності, яка передбачає отримання одного функційного рівняння з іншого користуючись тотожностями, які визначають квазігрупу. Цей напрямок розвивався і розвивається багатьма

науковцями, серед яких Валентин Білоусов, Александар Крапеж, Тейлор, А. Сад, Парасков'я Сирбу, Зоран Стоякович, Абдухалік Табаров та інші. Слід також відмітити роботи Ф.Сохацького і його учнів Олега Кирнасовського, Раїси Коваль та Галини Крайнічук.

Незважаючи на те, що тотожності на тернарних квазігрупах вивчались в багатьох працях, їх класифікацією ніхто не займався. Тому постало питання про класифікацію функційних рівнянь та тотожностей на тернарних квазігрупах з невеликою кількістю функційних змінних. Саме цій тематиці присвячена дисертація Тарасевич А.В і тому актуальність дисертації не викликає сумнівів.

Дисертація Тарасевич А.В (загальний обсяг — 145 сторінок) складається з анотації, переліку умовних позначень і термінів, вступу, 4 розділів, висновків та додатків, в яких подано список публікацій автора за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації. Наприкінці другого, третього, четвертого розділів наведено висновки.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, виділено об'єкт, предмет та методи дослідження, сформульовано мету і задачі дослідження, висвітлено наукову новизну. А також, наведено інформацію щодо апробації результатів та публікацій за темою дисертації.

Перший розділ є допоміжним і не містить результатів автора. Він складається з 4 підрозділів, в перших двох з яких зроблений огляд літератури та результатів за тематикою дисертації; описано методи дослідження. У підрозділах 1.3. й 1.4. введено основні поняття та позначення, подано допоміжні результати інших авторів, необхідні в наступних розділах.

Оскільки деякі функційні рівняння можна подати через систему рівносильних рівнянь меншої довжини, тому важливо класифікувати функційні рівняння невеликих довжин. У другому розділі автор класифікує функційні рівняння довжини один (теорема 2.1) та довжини два (теорема 2.2) на тримісних оборотних функціях, тобто на тернарних квазігрупах. Класифікація проводиться з точністю до парастрофно-первинної рівносильності.

Більше того, знайдено розв'язання кожного функційного рівняння із трансверсалі класів цієї рівносильності.

У третьому розділі зведено (мінімізовано) вивчення всіх узагальнених тернарних квазігрупових функційних рівнянь довжини три до дослідження 38 таких рівнянь з точністю до парастрофно-первинної рівносильності. Проведено мінімізацію рівнянь предметного типу  $(5,3,0,0)$  та знайдено лінійні розв'язки таких рівнянь.

Четвертий розділ присвячений дослідженню квадратичних тернарних квазігрупових нетривіальних функційних рівнянь і тотожностей довжини три.

Знайдено загальні розв'язки кожного представника класифікації квадратичних рівнянь довжини три на тернарних квазігрупах (теореми 4.1-4.4). У теоремі 4.5 дана повна класифікація квадратичних функційних рівнянь. Класифіковано тотожності довжини три у многовиді універсальних луп (теорема 4.8). У теоремі 4.9 описано всі підмноговиди у многовиді всіх тернарних універсальних луп.

Усі ці перелічені результати дисертації є новими та отримані автором вперше.

Леми, теореми, твердження і наслідки у роботі мають повні та детальні доведення, отже, наукова обґрунтованість і достовірність наукових положень результатів роботи не викликає сумніву. Результати інших авторів, що використовуються у роботі, мають відповідні посилання.

Дисертація Тарасевич А.В є завершеною науковою працею і має теоретичний характер. У роботі отримано нові науково-обґрунтовані результати про тернарні функційні рівняння та тотожності на квазігрупах. Вирішені в дисертаційному дослідженні задачі узагальнюють відомі результати класифікації функційних рівнянь на бінарних квазігрупах, а також результати Б. Алімпіч та О.Крапежа про розв'язання функційних рівнянь на тернарних квазігрупах. Робота належно оформлена, автореферат адекватно відображає зміст дисертації. Дисертаційна робота – це певний внесок у

теорію неасоціативних алгебричних структур, зокрема в загальну теорію квазігруп та луп, вивчення функційних рівнянь та тотожностей на квазігрупах. Отримані результати можуть бути застосованими в алгебрі, а також в комбінаториці, геометрії, криптографії та інших суміжних галузях.

Дисертація оформлена належним чином, проте є декілька зауважень і побажань:

1) В українській математичній термінології прийнято вживати термін “дієдральна група”, натомість авторка вживає термін “двогранна група”.

2) У роботі є незначні граматичні помилки та описки, зокрема на сторінках 6, 27, 28, 31 та 82.

3) У авторефераті на с.17 пропущені три ключові слова: уніпотентна лупа, моток, булевий моток, також ці ж слова пропущені на с.18 в четвертому абзаці.

Відмітимо, що вищенаведені зауваження мають редакційний характер і не впливають на науковий рівень дисертаційної роботи.

Дисертація є завершеною науковою працею і має теоретичний характер. У роботі отримано нові науково обґрунтовані результати, її належно оформлено, автореферат адекватно відображає зміст дисертації. Праця робить помітний внесок у теорію неасоціативних алгебричних структур, зокрема в загальну теорію квазігруп та луп, вивчення функційних рівнянь та тотожностей на квазігрупах. Отримані результати можуть бути застосованими в алгебрі, а також в комбінаториці, геометрії, криптографії та інших суміжних галузях.

Результати дисертації опубліковані у 12 наукових працях, пройшли необхідну апробацію, оскільки були повідомлені на міжнародних наукових конференціях, конференціях молодих учених України, а також на семінарах і отримали позитивні відгуки. У математичному інституті Сербської академії наук і мистецтв значна частина представлених результатів дисертації використовується для подальших досліджень, про що було повідомлено

Александром Крапежем, на конференції “AAA 100 - Arbeitstagung Allgemeine Algebra” 7 лютого 2021 року в Кракові.

На підставі сказаного можна зробити такі **висновки**:

Зроблені критичні зауваження не впливають на загальне враження від роботи і її позитивну оцінку. У дисертації отримано нові науково обґрунтовані результати, які в сукупності закладають фундамент опису та розв’язанню функційних рівнянь та тотожностей на тернарних квазігрупах. Достовірність результатів дисертаційної роботи А. В. Тарасевич підтверджується строгими математичними доведеннями тверджень, лем та теорем. Ці результати з належною повнотою опубліковані у фахових виданнях, затверджених МОН України. Автореферат правильно відображає зміст та основні положення дисертації.

Тому вважаю, що дисертаційна робота “Класифікація функційних рівнянь і тотожностей на тернарних квазігрупах” відповідає всім вимогам пунктів 9 та 11-14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24.07.2013 року (зі змінами), які висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор, Тарасевич Алла Валеріївна, цілком заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 - алгебра та теорія чисел.

25 квітня 2021 року

Кандидат фізико-математичних наук,

Доцент кафедри вищої математики

Вінницького національного

технічного університету

Дереч Володимир Дмитрович



В. Д. Дереч

Підпис

ПОСВІДЧУЮ

Зав. канцелярією

5

0304-30/148  
28 09 28