

Голові спеціалізованої вченої ради К 20.051.09 при ДВНЗ  
“Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”  
доктору фізико-математичних наук, професору,  
завідувачу кафедри математичного і функціонального аналізу  
Загороднюку Андрію Васильовичу

### ВІДГУК

офіційного опонента, доктора фізико-математичних наук, провідного наукового співробітника Інституту математики НАН України Володимира Васильовича Любашенка на дисертацію Микицей Оксани Ярославівни на тему:  
«Граткозначні предикати на неперервних напівгратках», подану до захисту у спеціалізовану вчену раду К 20.051.09 при ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника” на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

#### Актуальність теми дослідження

Попередником об'єктів, що розглядаються в дисертації, були неадитивні міри, що вивчалися Шоке, Деннебергом та Сугено. Вони виступають “замінниками” ймовірнісних мір у ситуаціях, коли “справжні” ймовірності подій недоступні, тобто має місце невизначеність, неповнота інформації. Навіть в умовах повної інформації реальні гравці чи учасники економічних відносин приймають рішення не на основі математичного сподівання результату, оскільки по-різному сприймають ризик і непевність. Отже, неадитивна міра вживається як суб'єктивна ймовірність, тому часто називається вірогідністю.

Неадитивні міри узагальнюються до об'єктів, розглянутих в дисертації: антитонних функцій на нижніх напівгратках зі значеннями у цілком дистрибутивній ґратці, які природно назвати ємностями на напівгратках. Інший термін – монотонний предикат на області обчислення – йде з праць Едсгера Дійкстри і Дана Скотта.

**Ступінь обґрунтованості наукових положень і висновків, сформульованих у дисертації**  
Всі твердження дисертації є акуратно і детально доведеними. Висновки спираються на доведені твердження.

#### Новизна результатів, повнота їх викладу в наукових публікаціях

В дисертації введена низка нових понять і отримано ряд нових результатів, що описують їх базові властивості:

поняття монотонного предиката поширено на функції зі значеннями у цілком дистрибутивних ґратках  $L$  і доведено, що  $L$ -значні монотонні предикати утворюють ідемпотентні напівмодулі;

запроваджено поняття сумісності між неперервними напівгратками і показано, що підкласи класу сумісностей відповідають неперервним за Скоттом відображенням, зв'язкам Галуа, ізотонним відображенням з лінійно впорядкованими образами;

описано будову всіх відокремлюючих сильних сумісностей;

доведено, що пари сумісностей між неперервними напівгратками з нулем задають сумісність між цілком дистрибутивними ґратками сумісностей, визначену зв'язком Галуа, і описано цей зв'язок;

описано дію взяття спряженого до граткозначного предиката, і доведено, що вона є звуженням контраваріантного зв'язку Галуа, визначеного сумісностями між сумісностями;

запроваджено чіткі та  $L$ -значні неоднозначні зображення, виділено їх підкласи, які утворюють категорії, самодвоїсті щодо контраваріантного функтора взяття псевдооберненого неоднозначного зображення;

доведено, що ці категорії є повними підкатегоріями категорій неперервних ідемпотентних  $L$ -напів-

модулів, а псевдообернені зображення відповідають ермітово спряженим до ідемпотентно лінійних операторів;

введено грубі ігри двох гравців у розширеній формі, задані через монотонні предикати та неоднозначні зображення, досліджено предикати виплат і доведено апроксимативну теорему про мінімакс.

Всі ці твердження з доведеннями увійшли до статей, одним з авторів яких є Оксана Микицей, і які були зараховані за темою дисертації. Усі необхідні посилання зроблені, дисертація не містить плагіату, отже, порушення академічної доброчесності відсутнє.

#### Дискусійні положення та зауваження щодо змісту дисертації

Стор. 25, рядок –4

' $x \in \tau$ ' має бути ' $U \in \tau$ '.

Стор. 37, рядок –6

' $(X, \oplus)$ ' має бути ' $(X, \widetilde{\oplus})$ '.

Стор. 47, рядок 5

' $x \leq q(x)$ ' має бути ' $x \leq q(y)$ '.

Стор. 60, рядок –5

' $(S')^\wedge$ ' має бути ' $(S')^\wedge$ '.

Стор. 63, рядок –1

'інфімуми по обох аргументах' має бути 'супремуми по обох аргументах'.

Стор. 87, Лема 4.1.2

' $(R; S)$ ' має бути ' $(R; Q)$ '.

Стор. 95, 101

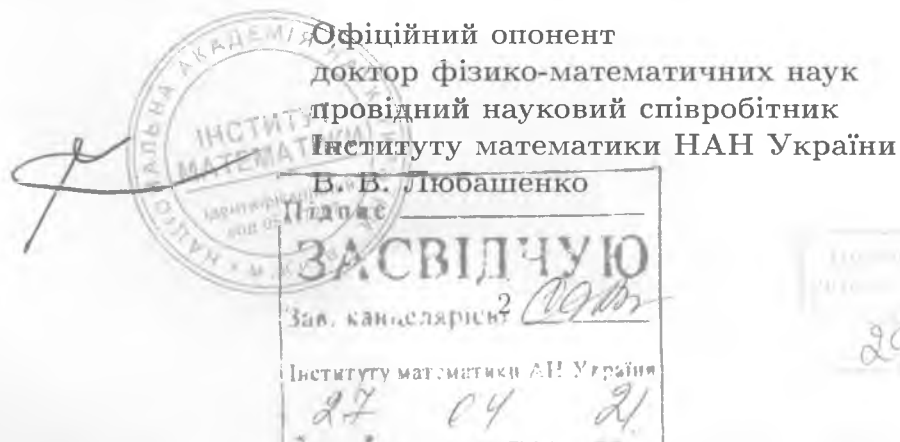
Використано, два позначення  $\alpha * \beta$  і  $\alpha *' \beta$  для  $\beta * \alpha$ .

Вказані недоліки можуть бути легко виправлені і не впливають істотно на сприйняття викладених тверджень.

#### Загальний висновок та оцінка дисертації

Дисертація читається з задоволенням. Дуже цікаве виникнення контраваріантного зв'язку Галуа з сумісності, яка зберігає попарні супремуми по обох аргументах (означення 3.1.1–3.1.2). Цікава також і побудова сумісності між ґратками сумісностей в теоремі 3.1. Серед тверджень дисертації зустрічаються і такі, що мають просте формулювання і просте доведення, наприклад, лема 3.3.1. Особливо сподобалась асоціативність композиції псевдооборотних ( $L$ -)неоднозначних зображень в твердженнях 4.1.4, 4.2.7.

Дисертаційна робота Микицей Оксани Ярославівни «ґраткозначні предикати на неперервних напівґратках» відповідає всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24.07.2013 (зі змінами, внесеними згідно з постановами Кабінету Міністрів України №656 від 19.08.2015, №1159 від 30.12.2015 та №567 від 27.07.2016, №943 від 20.11.2019, №607 від 15.07.2020), що висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор, Микицей Оксана Ярославівна, заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.



0304-301140  
29 04 21