

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Мицицей Оксани Ярославівни

“Граткозначні предикати на неперервних напівгратках”

на здобуття наукового ступеня кандидата фізико–математичних наук
за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Дисертація Оксани Ярославівни Мицицей “Граткозначні предикати на неперервних напівгратках” присвячена дослідженню неадитивних регулярних мір на неперервних напівгратках. Для таких мір в роботі вживається термін “ємності”, оскільки так їх первинно було названо Шоке (1953 р.). Ємності є природнім узагальненням адитивних мір, які досліджено у численних працях науковців. Зокрема, вони є “замінниками” ймовірнісних мір у ситуаціях, коли точний опис умов експерименту неможливий, тобто немає повноти інформації і “справжні” ймовірності подій недоступні. У роботі здійснено перехід від граткозначних ємностей на компактах до граткозначних ємностей на неперервних напівгратках (монотонних предикатів) і обґрунтовано такий перехід. Оскільки теорія граткозначних предикатів не є достатньо розвиненою, то актуальність даної тематики є безсумнівною.

Робота складається із анотації, вступу та п’яти розділів. У першому розділі наведено необхідні відомості з теорії областей. Автор дотримується термінології, запропонованої у монографії Gierz G., Hofmann K.H., Keimel K., Lawson J.D., Mislove M., Scott D.S. *Continuous Lattices and Domains* (Cambridge University Press. *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*. – 2003).

Другий розділ дисертації окреслює предмет дослідження — монотонні предикати. Показано їх зв’язок з дійснозначними та граткозначними неадитивними мірами на компактах. Запропоновано їх інтерпретацію як оцінку ступеня вірогідності “порцій інформації” про стан процесу або системи. Доведено, що граткозначні монотонні предикати утворюють ідемпотентні напівмодулі, які є вільними об’єктами над неперервними напівгратками та цілком дистрибутивними гратками в категоріях неперервних напівмодулів та цілком дистрибутивних напівмодулів.

У третьому розділі автор ставить питання про сумісність різних порцій інформації і вводить поняття сумісності на неперервних напівгратках. Розглянуто різні класи сумісностей, які охоплюють широке коло математичних об’єктів — монотонні предикати, відповідності Галуа, цілком дистрибутивні гратки, тощо. Досліджено порядкові властивості класів сумісностей, зокрема важливого класу сильних відокремлюючих сумісностей. Побудовано аналог відомої дуальності Лоусона, завдяки чому встановлено зв’язок між двома класичними дуальностями у теорії областей. Також для граткозначних ємностей запропоновано аналог тензорного множення адитивних мір.

Наступним кроком дослідження стало вивчення спеціальних відношень — чітких і (нечітких) неоднозначних зображень між неперервними напівгратками. Дисертанткою побудовано вкладення категорії L -нечітких неоднозначних зображень у категорію неперервних L -напівмодулів, чим встановлено зв’язок з ідемпотентним функціональним аналізом. Наведено інтерпретацію L -нечітких неоднозначних зображень та відповідних L -лінійних операторів як трансформерів монотонних предикатів.

В останньому розділі дисертаційної роботи описано застосування отриманих результатів у теорії ігор, а саме грубих ігор двох гравців, надано практичний сенс запровадженим у

дисертації алгебраїчним об'єктам. Таким чином результати роботи відкривають можливості застосування граткозначних монотонних предикатів до моделювання прийняття рішень в умовах невизначеності.

Вважаю, що дисертаційна робота О. Я. Микицей “Граткозначні предикати на неперервних напівгратках” є завершеним науковим дослідженням, а її результати є вагомим внеском в теорію неперервних напівграток, ємностей та ігор. Отримані у дисертаційній роботі результати можна використати для подальшого дослідження в цих напрямках.

Зауважу, що результати, отримані в дисертації є дуже абстрактні та складні для розуміння. Однак, дисертантка знайшла застосування цих абстрактних результатів у теорії ігор, що вже свідчить про їх неординарність.

Дисертація написана на високому науковому рівні. Дисертаційна робота характеризується ґрунтовним та послідовним викладом матеріалу та містить нові та актуальні наукові результати.

Робота має теоретичний характер.

Зауваження та пропозиції

1. На стор. 38 згадується функція δ_L^S , яка не є означена.
2. На стор. 60 замість $(S')_{\wedge}$ має бути $(S')^{\wedge}$.
3. Слід було б називати нуль та одиницю гратки не є *нижнім* чи *верхнім* елементом, а є *найменшим* та *найбільшим*, відповідно, елементом.
4. Оформлення дисертації не позбавлене недоліків: у тексті зустрічаються друкарські та синтаксичні помилки. Так, зокрема: на стор. 28, 39, 55 замість “співпадає” має бути “збігається”; на стор. 45 замість “ $P: S \times S'$ ” має бути “ $P: S \times S' \rightarrow \{0, 1\}$ ”; на стор. 59 замість “слідуює” має бути “впливає”.
5. Також дисертантка інколи використовує не перекладені (неозначені) терміни “way below” і “meet continuity”. Та й англomовному терміну “Galois connection”, напевно, більше відповідають “відповідність Галуа”, чи “співвідношення Галуа”, а не “зв'язок Галуа”.

Зазначені зауваження не мають принципового характеру і не знижують позитивну оцінку роботи.

Всі отримані в дисертації результати є новими. Наукові положення та висновки, які сформульовані в дисертаційній роботі є достатньо обґрунтованими та достовірними. Основні результати опубліковані в 6 статтях, 5 з яких – у виданнях, що входять до переліку фахових наукових журналів згідно чинного законодавства (3 з яких включено до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of Science core Collection), та відображені у 7 тезах конференцій різного рівня. Автореферат правильно та повно відображає основні положення і зміст дисертації. Дисертація є завершеною науковою роботою.

Вважаю, що дисертаційна робота О. Я. Микицей “Граткозначні предикати на неперервних напівгратках”, яку подано на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук зі спеціальності 01.01.06 – алгебра та теорія чисел, задовольняє всім вимогам пунктів 9, 11–14 “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого постановою

КМУ № 567 від 24.07.2013р. (зі змінами), які висувуються до кандидатських дисертацій, а її автор — Мицицей Оксана Ярославівна заслугове присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.

Офіційний опонент,
доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
Львівського національного університету імені Івана Франка,
кандидат фізико-математичних наук,
доцент, старший науковий співробітник

О. В. Гутік

