

ВІДГУК

офіційного опонента Жучка Анатолія Володимировича
на дисертаційну роботу Шелепало Галини Василівни на тему
*“Класифікація квазігрупових функційних рівнянь
і тотожностей мінімальної довжини”*,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних
наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра і теорія чисел

Актуальність теми дисертаційної роботи

Проблема класифікації квазігрупових функційних рівнянь і тотожностей формувалася протягом ХХ століття. Передумовами її становлення як теорії є виникнення нових тотожностей в геометрії (тотожності Бола-Муфанг, тотожності СН-квазігруп тощо), комбінаториці (тотожності, які визначають ортогональність парастрофів) та розв’язання тотожностей, як функційних рівнянь (теорема Глускіна-Хоссу для n -арних груп, теорема Білоусова про чотири квазігрупи та ін.). Найбільш вивченими сьогодні є узагальнені квадратичні функційні рівняння на квазігрупових операціях, серед яких досить відомими є рівняння асоціативності, транзитивності, медіальності, псевдомедіальності та ін.

Відзначимо, що при розв’язанні узагальнених неквадратичних функційних рівнянь виникають певні труднощі. Наприклад, у 1965 році В.Д. Білоусовим було знайдено лише частину розв’язків узагальненого функційного рівняння дистрибутивності на квазігрупах. Рівняння дистрибутивності має функційну довжину п’ять. Серед всіх рівнянь, які мають три предметних змінних з появами 3, 2, 2 відповідно, значну частину складають дистрибутивно-подібні рівняння без квадратів. Відомо, що такі рівняння без квадратів розбиваються на п’ять класів, один із яких є узагальненою дистрибутивністю, а кожне рівняння з інших чотирьох рівносильне системі рівнянь від меншої кількості змінних. Звідси й постає доцільність класифікації рівнянь мінімальної довжини, яка важлива і для класифікації функційних рівнянь довільної довжини.

Найбільш застосовними в різних галузях математики є узагальнені тотожності. Вони активно вивчалися, враховуючи парастрофи квазігрупових операцій. Вперше такі тотожності досліджував Р. Шауффлер, потім А. Сад, С. К. Стейн, Т. Іванс, В. Д. Білоусов, Ф. Е. Бенет. Пізніше в теорії квазігруп було запропоновано два нові підходи: метод графів А. Крапсжа і С. Крстича та метод парастрофної симетрії Ф. Сохацького. Обидва методи ґрунтуються на відношенні парастрофно-первинної рівносильності, яка застосовується і в дисертації.

У дисертаційній роботі тотожності вивчено за таким алгоритмом: досліджено узагальнені функційні рівняння з точністю до парастрофно-первинної рівносильності; у кожному з отриманих блоків класифіковано узагальнені тотожності з точністю до парастрофної рівносильності; описано пучки тотожностей і відповідних многовидів з точністю до рівносильності.

Отже, вищевикладене підтверджує актуальність теми дисертації.

Основні результати, наукові положення та їх наукова новизна

Дисертаційну роботу присвячено вивченню узагальнених квазігрупових функційних рівнянь і тотожностей довжини $n \leq 4$ та їх розв'язків на множині квазігрупових операцій, а також вивченню многовидів, які визначаються узагальненими тотожностями довжини $n \leq 3$.

Дисертація Г. В. Шелепало складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, який нараховує 138 джерел, та додатків.

У вступі визначено мету та задачі дисертаційної роботи, обґрунтовано актуальність теми, встановлено наукову новизну та значення отриманих результатів, надані відомості про публікації, особистий внесок здобувачки та апробацію результатів дисертації.

У першому розділі дисертації наведено необхідні допоміжні поняття і результати та зроблено огляд літератури за темою дисертації.

У другому розділі класифіковано ізотопи груп за групами їх симетрій, встановлено необхідні та достатні умови існування канонічного розкладу ізотопів довільної групи та комутативної групи, описано розбиття групових ізотопів за групами їх парастрофних симетрій. Відповідно до строгої парастрофної симетрії знайдено множини усіх попарно неізоморфних групових ізотопів простого порядку більше 3 та обчислено їх кількість. Досліджено властивості дев'яти квадратичних тотожностей від трьох змінних, знайдено тотожності напівсиметричного ізотопного замикання булевих груп та довільних груп.

У третьому розділі досліджуються узагальнені функційні рівняння без функційних і предметних сталих (чисті функційні рівняння) на множині бінарних квазігрупових операцій. Тут з точністю до парастрофно-первинної рівносильності класифіковано узагальнені рівняння довжини 1, 2, 3 і 4. Доведено, що з точністю до парастрофно-первинної рівносильності існує точно 1 узагальнене функційне рівняння довжини 1. Встановлено, що існує точно 3 узагальнених функційних рівняння довжини 2, з яких два рівняння мають тип (2;2), а одне – тип (4;0). Відмітимо, що рівняння типу (4;0) є новим, яке розв'язано у роботі. Доведено, що з точністю до парастрофно-первинної рівносильності існує точно 4 таких рівняння, з яких три мають тип (3;2) і одне рівняння має тип (5;0), яке є новим. Знайдено розв'язки узагальнених функційних рівнянь довжини 3 на множині бінарних квазігрупових операцій. Доведено, що з точністю до парастрофно-первинної рівносильності існує точно 19 узагальнених функційних рівнянь довжини 4, в тому числі 5 рівнянь типу (2;2;2), 6 рівнянь типу (4;2;0), 6 рівнянь типу (3;3;0) і 2 рівняння типу (6;0;0), встановлена їх попарна парастрофно-первинна нерівносильність. Новими в дисертації є рівняння типу (6;0;0). Розв'язано рівняння типу (4;2;0), (3;3;0) і знайдено необхідні та достатні умови, за яких четвірка квазігрупових операцій є розв'язком функційних рівнянь довжини 4 типу (6;0;0). У цьому розділі також розв'язано чотири

узагальнені дистрибутивно-подібні функційні рівняння довжини 5 на множині бінарних квазігрупових операцій.

У четвертому розділі наведено класифікації тотожностей довжини 2 і 3 на квазігрупах та описано розподіл відповідних многовидів квазігруп на пучки. Знайдено многовиди, задані розв'язками узагальнених тотожностей довжини 2, та встановлено розбиття на різні пучки з точністю до парастрофної рівносильності. Доведено, що з точністю до рівносильності (парастрофної рівносильності) існує 14 (відповідно 6) квазігрупових тотожностей довжини 2. Встановлено, що задані ними многовиди розбиваються на 6 пучків згідно з парастрофною симетрією, серед яких 2 тотально-симетричних і 4 однобічно-симетричних. Досліджено тотожності довжини 3 з точністю до парастрофної рівносильності. Вказано парастрофні многовиди кожного пучка та рівносильні та парастрофно-рівносильні тотожності, які їх визначають. Доведено, що з точністю до рівносильності (парастрофної рівносильності) існує 74 тотожності (відповідно 20 тотожностей) довжини 3. Вони визначають многовиди, що розподілені в 20 пучків згідно з парастрофною симетрією, серед яких: п'ять тотально-симетричних, вісім асиметричних і сім однобічно-симетричних.

Ступінь обґрунтованості та достовірності наукових положень, висновків і рекомендацій, що наведені в дисертації

Дисертаційна робота Шелепало Г.В. має теоретичний характер, а її результати є важливим внеском у теорію неасоціативних алгебраїчних структур, теорію скінченних двомісних функцій, теорію функційних рівнянь, загальну теорію бінарних груп і луп.

Результати дисертації мають широку апробацію, оскільки були повідомлені на міжнародних конференціях в багатьох містах України, в тому числі й за її межами: США, Німеччина, Чехія, Бразилія, Македонія, Росія, Молдова, Білорусь.

Достовірність результатів дисертаційної роботи забезпечується строгими математичними доведеннями, які достатньо повно наведено в дисертації. Результати дисертації є достатньо обґрунтованими.

Дискусійні положення та зауваження до роботи

Дисертація оформлена належним чином, проте є декілька зауважень і побажань:

1) На с. 33 у множині $\{F, F_1, F_2, \dots\}$ замість F_1 повинно бути F_2 ; на с. 46 в прикладі 1.1 при записі множини Q з п'яти елементів пропущені фігурні дужки.

2) На с. 33 тотожності (1.4) та (1.5) збігаються, тому в функційному рівнянні (1.5) краще було б взяти інший символ для позначення функційної змінної.

3) На с. 18 вказано: «Майже одночасно з різницею в декілька років було запропоновано два підходи до проблеми класифікації функційних рівнянь».

Якщо ж порівнювати з вихідними даними вказаної роботи С. Крстіча, то різниця у часі складає близько 30 років. Отже, фраза «Майже одночасно з різницею в декілька років» є зайвою або потребує уточнень.

4) На с. 41 останнє речення є незавершеним.

5) На с. 51 у таблицях 1.2 та 1.3 у назвах використовується термін «в'язка», проте в дисертації не наведено його означення або чіткого пояснення.

6) На с. 51 та на с. 110 використовується термін «тристороння лупа», визначення якого в дисертації відсутнє.

7) У тексті дисертації зустрічаються неперекладені слова англійською мовою, наприклад, на с. 46 «otherwise».

8) Бажано було б навести в дисертації більше прикладів щодо ключових понять розглянутої тематики.

9) У дисертації зустрічаються окремі друкарські помилки, наприклад: на с. 3 у 6-му рядку замість «В.Д. Білоусова» повинно бути «В.Д. Білоусов»; на с. 4 у 23-му рядку слово «розв'язання» помилково вказано з трьома буквами «н»; на с. 22 термін «квазігрупа» помилково вказано з двома буквами «п»; на с. 28, лема 1.1, у слові «таі» пропущена буква «к»; на с. 40 у 13-му рядку в слові «оначень» пропущена буква «з»; на с. 130 у 15-му рядку в слові «означнням» пропущена буква «е».

Разом з тим, наведені зауваження та побажання не впливають на загальну позитивну оцінку та не знижують наукову цінність дисертаційного дослідження Г.В. Шелепало.

Відповідність роботи вимогам до кандидатських дисертацій

За змістом та структурою, повнотою викладу результатів, оформленням дисертаційне дослідження відповідає встановленим вимогам. Дисертаційна робота написана грамотною українською мовою, стиль викладення матеріалу відповідає прийнятому в науковій літературі.

Зміст автореферату достатньо ґрунтовно розкриває наукову новизну дисертації та дає повне уявлення про здобутки наукової роботи, що виносяться на захист.

Оцінка публікацій та повноти відображення результатів дослідження в авторефераті

Основні результати дисертації опубліковано у 28 наукових працях, з яких 8 статей, з них 3 – у виданнях, включених до міжнародної наукометричної бази даних Scopus, 4 – у наукових фахових виданнях України та 1 – у іноземному науковому виданні, 20 – матеріалів і тез доповідей на наукових конференціях. Автореферат дисертації цілком відображає її зміст, основні результати й висновки оформлені відповідно до вимог МОН України.

Висновок про відповідність дисертації встановленим вимогам

Дисертація Шелепало Галини Василівни є самостійно виконаною завершеною науковою роботою, в якій досліджено актуальну проблему класифікації функційних рівнянь і тотожностей мінімальної довжини на квазігрупових операціях.

Вважаю, що дисертаційна робота Шелепало Галини Василівни “Класифікація квазігрупових функційних рівнянь і тотожностей мінімальної довжини” відповідає всім вимогам пунктів 9 та 11–14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 року №567 (зі змінами), які висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра і теорія чисел.

Доктор фізико-математичних наук, професор,
завідувач кафедри алгебри та системного аналізу
ДЗ “Луганський національний університет
імені Тараса Шевченка”



А. В. Жучок

