

Відгук

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Фриз Ірини Василівни

“Ортогональність багатомісних операцій та алгоритми їх побудови”,

подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Клас задач, який викликаний застосуванням багатомісних операцій та відповідних гіперкубів в алгебрі, геометрії, криптографії, плануванні проведення експериментів тощо, є достатньо широким й наразі досліджується багатьма авторами. Одне із центральних місць серед цих задач займають задачі, пов'язані з ортогональністю операцій та ортогональністю гіперкубів. Існування взаємнооднозначної відповідності між операціями та гіперкубами, вибірками ортогональних операцій та вибірками ортогональних гіперкубів дозволяє усі твердження, які сформульовані мовою операцій, переформулювати мовою гіперкубів і навпаки. Поняття ортогональності має застосування як у алгебрі, й зокрема пов'язане із кількістю розв'язків систем операцій над скінченними множинами, так і в теорії функційних рівнянь, теорії кодування і шифрування інформації тощо.

Активний розвиток бінарних ортогональних операцій пов'язують з другою половиною ХХ ст. Ортогональні багатомісні операції мають певні особливості у їх дослідженні на відміну від бінарних ортогональних операцій. Зокрема, існує декілька узагальнень ортогональності для багатомісних операцій. Сьогодні використовують два основних підходи до вивчення багатомісних операцій: алгебричний (мовою операцій) і комбінаторний (мовою гіперкубів). У цій роботі застосований перший підхід, який не потребує роботи з великими масивами даних. Ортогональність операцій також пов'язана із певними розкладами операцій через оборотність, що, зокрема, має застосування в теорії функційних рівнянь.

Дисертаційна робота присвячена передусім вивченню методів побудови ортогональних багатомісних операцій та дослідженню умов оборотності композиції двох багатомісних операцій.

Інша проблема, яка досліджується у дисертації, – це побудова доповнень вибірок ортогональних операцій, так щоб отримана вибірка також була ортогональною. Існування ортогонального доповнення до вибірки ортогональних операцій було доведено Г.Б. Білявською та Г.Л. Мулленом. У дисертації вивчаються методи побудови ортогональних доповнень, зокрема, описано алгоритм побудови ортогональних доповнень ретрактно ортогональних операцій. Продовжено дослідження ортогональності ретрактів операцій, що лежить в основі узагальненого алгоритму побудови

ортогональних операцій. Частково це поняття вивчалось Г.Б. Білявською та Г.Л. Мулленом у контексті вивчення властивостей сильно ортогональних операцій; вони вивчали окремий випадок ретрактної ортогональності – рівномірну ортогональність.

Дисертація складається з переліку умовних позначень, вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел і додатків. Повний обсяг роботи – 144 сторінки.

У вступі обґрунтовано актуальність досліджуваної теми дисертаційної роботи, визначено мету й задачі, методи, новизну, теоретичне та практичне значення отриманих результатів. Зазначено, в чому полягає особистий внесок здобувача та висвітлено, як були апробовані отримані результати.

У першому розділі дисертації наведено основні поняття та позначення, зроблено певний огляд робіт, у яких вивчались ортогональні бінарні операції і квадрати та ортогональні багатомісні операції і гіперкуби.

Другий розділ присвячений вивченню умов оборотності довільної повторної композиції двох багатомісних операцій. Наведено критерій i -оборотності та критерій оборотності цієї композиції. Доведено, що така оборотність рівносильна перпендикулярності деяких парастрофів компонентів цього розкладу. Введене поняття перпендикулярності розглядається як узагальнення поняття ортогональності бінарних операцій на пару двох багатомісних операцій. Описано зв'язок між перпендикулярністю і ортогональністю, а саме: встановлено, що перпендикулярність максимального типу є ортогональністю, при цьому показано, що обернене твердження в загальному випадку не виконується.

Третій розділ присвячений дослідженню методів побудови ортогональних багатомісних операцій. Розглянуто ортогональність ретрактів операцій та описано алгоритм побудови ретрактно ортогональних операцій. Використовуючи ретрактно ортогональні операції, отримано алгоритм побудови ортогональних операцій, який є узагальненням одного з відомих методів побудови. Крім того, описано алгоритм побудови ортогональних операцій із блоків ортогональних операцій меншої арності.

У четвертому розділі вивчаються відношення між поняттями ортогональності і ретрактної ортогональності. Доведено, що ретрактна ортогональність спричинює ортогональність, при цьому показано, що не кожна вибірка ортогональних операцій є ретрактно ортогональною. Проте для центральних квазігруп над полем простого порядку ці два поняття є еквівалентними. Використовуючи результати, які викладені у третьому розділі, побудовано алгоритм доповнення вибірки ортогональних операцій та алгоритм для тривіального доповнення ортогональних операцій. Знайдено верхні та нижні оцінки кількості певних ортогональних доповнень. Описано алгоритм

побудови вибірки ортогональних операцій до вибірки ортогональних операцій більшої арності.

У п'ятому розділі описано метод побудови багатомісної квазігрупи, що має перпендикулярну квазігруппову пару і метод побудови пари перпендикулярних квазігруп максимального типу. Класифіковано та описано алгоритми побудови та доповнення ортогональних операцій, які описані у третьому та четвертому розділах для випадку тернарних операцій. А саме показано, що відносно парастрофії визначаючих розбитів, їх є три класи.

Дисертаційна робота І. В. Фриз є завершеним науковим дослідженням, в якому отримано нові наукові результати про ортогональність вибірок багатомісних операцій і гіперкубів. Вирішені в дисертації задачі узагальнюють та доповнюють відомі результати Г.Б. Білявської і Г.Л. Муллена про ортогональні n -арні операції. Отримані результати можуть бути використані при подальших дослідженнях у теорії неасоціативних структур, теорії функційних рівнянь, а також можуть бути застосованими в загальній теорії n -арних операцій і квазігруп, комбінаториці, теорії кодування і шифрування інформації.

Усі результати дисертаційної роботи, які виносяться на захист, одержані автором особисто. Доведення основних результатів є нетривіальними. Їх достовірність забезпечена строгими доведеннями, виклад матеріалу дисертації є чітким, логічним та послідовним. Для отримання результатів автор використовує різноманітну техніку, яка спирається як на методи теорії квазігруп, так і на комбінаторно-обчислювальні методи дискретної математики.

Результати, які отримані в роботі, є новими, науково обґрунтованими й мають теоретичне значення. Вони можуть бути застосовані для подальшого розвитку теорії ортогональних багатомісних операцій і гіперкубів. Також результати досліджень можуть бути використані для викладання спецкурсу з теорії квазігруп на механіко-математичних факультетах університетів.

Разом з тим слід відзначити, що дисертаційна робота не є вільною від деяких недоліків:

1. на сторінці 13 у 2-му рядку не визначено множину \mathcal{Q} , у зв'язку з чим не зрозуміло, чи є \mathcal{Q} довільною множиною, або множиною раціональних чисел;
2. на сторінці 27 у рядку 5 замість «... утворюють симетричну групу S_{n+1} » краще писати «... утворюють симетричну групу відносно операції композиції», оскільки в переліку умовних позначень S_n позначає (певну) множину, а не групу;

3. на сторінці 43 у 16-м рядку замість «однозначність розв'язку рівняння (2.7) є еквівалентним ...» потрібно писати «однозначність розв'язку рівняння (2.7) є еквівалентною ...»;
4. на сторінці 93 у 4-му та 5-му рядках знизу зайвим є речення «Зазначимо, що це означення є більш загальним ніж означення»;
5. У дисертації зустрічаються окремі помилки, наприклад, на сторінці 20 у 7-му рядку замість «що визначена на скінченій ...» повинно бути «що визначена на скінченній ...»; на сторінці 22 у 4-му рядку замість «Крім того ...» повинно бути «Крім того, ...», а у 6-му знизу рядку на сторінці 22 замість «Як було зазначено вище ...» повинно бути «Як було зазначено вище, ...» тощо.

Однак, виявлені недоліки та окремі технічні помилки, які інколи зустрічаються у тексті роботи, не мають принципового значення та не знижують загальної позитивної оцінки роботи.

Зміст автореферату відповідає змісту дисертації та висвітлює його з достатньою повнотою. Оформлення дисертації виконано на належному рівні та відповідає всім необхідним вимогам, які висуваються до написання кандидатських дисертацій.

Загальний список публікацій автора складається з 12 найменувань, з яких 6 наукових статей опубліковано у фахових виданнях України та 6 тез доповідей у матеріалах міжнародних наукових конференцій. При цьому 4 з опублікованих статей видано у журналах, які входять до міжнародної наукометричної бази даних Scopus, що підкреслює їх високий науковий рівень, а отже, й рівень дисертаційної роботи.

Основні результати було представлено на таких міжнародних алгебраїчних конференціях і семінарах:

- Міжнародна математична конференція з квазігруп та луп “Loops’11” (Трешт, 2011);
- Міжнародна конференція, присвячена 120-річчю з дня народження Стефана Банаха (Львів, 2012);
- Міжнародна математична конференція з квазігруп та луп “Loops’15” (Охрид, 2015);
- Європейський конгрес математиків (Берлін, 2016);
- Четверта конференція з неасоціативної математики (Денвер, 2017);
- Міжнародна конференція з математики, інформатики та інформаційних технологій, присвячена Валентину Білоусову (Бельці, 2018);
- Алгебраїчний семінар Інституту математики національної академії наук України (Київ, 2018);
- Алгебраїчний семінар Київського національного університету імені Тараса Шевченка (Київ, 2018).

Вважаю, що дисертаційна робота Фриз Ірини Василівни “Ортогональність багатомісних операцій та алгоритми їх побудови” відповідає всім вимогам пунктів 9 та 11–14 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 24.07.2013 року №567 (зі змінами), які висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор заслуговує на присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра і теорія чисел.

Доктор фізико-математичних наук,
доцент, професор кафедри алгебри та
системного аналізу
ДЗ «Луганський національний
університет імені Тараса Шевченка»



Ю.В. Жучок

