

**ВІДГУК
ОФІЦІЙНОГО ОПОНЕНТА
(додатково призначеного)**

на дисертаційну роботу Терлич Наталії Іванівни “Прямі та обернені задачі для рівнянь Штурма-Ліувілля з енергозалежними потенціалами”, подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 — математичний аналіз

Актуальність теми. У дисертаційній праці Наталія Терлич вивчає крайові задачі для рівнянь Штурма-Ліувілля з неklasичною залежністю від спектрального параметра. Предметом дослідження є як прямі задачі, так і обернені спектральні задачі. Спектральний аналіз диференціальних операторів та теорія обернених задач лежать в основі багатьох проблем сучасної фізики та сучасних технологій. Обернені спектральні задачі та обернені задачі розсіяння виникають у математичних моделях, що прагнуть описати об'єкти чи процеси, до яких дослідник не має безпосереднього доступу або цей доступ вимагає великих затрат. Зокрема, такі задачі виникають в геофізиці, фізиці океану та атмосфери, томографії – дистанційному обстеженні органів людини, неруйнівному контролі за якістю продукції та ін. Найнедоступнішим світом для людини є світ елементарних частинок. І тут обернені задачі виступають одним з основних інструментів опису цього мікросвіту, є важливим методом дослідження у релятивістській та нерелятивістській квантових теоріях. Крайові задачі для рівняння Штурма-Ліувілля з енергозалежними потенціалами, які вивчають у дисертаційній роботі, пов'язані з рівнянням Клейна-Гордона для піонів – безспінових елементарних частинок родини мезонів. Незважаючи на те, що перші результати з обернених задач були отримані ще в 30-40-х роках двадцятого століття, ми і далі спостерігаємо значний інтерес науковців до цієї теорії, про що свідчить велика кількість недавніх публікацій. Зважаючи на важливе значення теорії обернених спектральних задач у математичному моделюванні явищ природи, тематика дисертаційної роботи Наталії Терлич, без сумніву, є цікавою та актуальною.

Наукова новизна. У дисертації закладені підвалини теорії прямих та обернених спектральних задач для рівнянь Штурма-Ліувілля з енергозалежними потенціалами. А саме, досить повно вивчені задачі для потенціалів, які лінійно залежать від частоти λ , тобто потенціалів вигляду $V(\lambda, x) = \lambda p(x) + q(x)$. Для прямих задач доведено дискретність спектрів та вивчене питання кратності власних значень, а також розташування спектру на комплексній площині. Побудовано також асимптотики власних значень та власних функцій рівняння Штурма-Ліувілля з енергозалежним потенціалом.

Новими результатами у дисертації Наталії Терлич також є дослідження двох обернених задач – відновлення енергозалежного потенціала за спектром та набором нормівних множників, а також відновлення енергозалежного потенціала за двома спектрами. Варто відзначити, що саме поняття нормівного множника у випадку задач з енергозалежними

потенціалами вимагало нового означення, яке і було запропоноване дисертанткою. Для обох задач подано повний опис спектральних даних, доведені теореми про існування та єдиність розв'язку, а також описані алгоритми відновлення потенціалів.

Теоретичне та практичне значення. Результати дисертації мають як теоретичний, так і прикладний характер. Їх можна використовувати у подальших дослідженнях спектральних властивостей диференціальних операторів з енергозалежними потенціалами з іншим характером залежності від енергії, а також застосувати запропоновані в дисертації алгоритми для відновлення таких потенціалів. Результати, що описують спектри прямих задач, можуть використовуватися у комп'ютерному моделюванні, зокрема при розв'язуванні динамічних рівнянь з частинними похідними, які містять одночасно як першу, так і другу похідну за часом.

Достовірність та обґрунтованість наукових положень, сформульованих у дисертації, забезпечують строгі доведення основних теорем та скрупульозні обчислення. Результати дисертації узгоджуються з результатами попередніх досліджень, зокрема з результатами класичної теорії обернених спектральних задач, та мають прозоре фізичне трактування. Основні результати дисертації доповідались на 12 міжнародних наукових конференціях і 3 семінарах, а також опубліковані у 5 наукових статтях, дві з яких у журналах, що входять до міжнародних наукометричних баз. Варто відзначити, що 4 статті у цьому списку є одноосібними.

Зв'язок роботи з програмами наукових досліджень. Дисертаційна робота Наталії Терлич була складовою частиною наукових досліджень, які проводились в Інституті прикладних проблем механіки та математики імені Я. С. Підстригача, ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника" та Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, зокрема таких наукових тем: "Прямі та обернені задачі спектральної теорії операторів та функціональних алгебр на банахових просторах" (державний реєстраційний номер 0111U008862), "Розробка аналітичних методів у нескінченновимірному комплексному аналізі та теорії операторів" (державний реєстраційний номер 0113U000184) та "Спектральні проблеми теорії диференціальних і різницевих операторів" (номер держреєстрації 0115U000556).

Структура та основний зміст роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів та списку використаних джерел. У вступі авторка обґрунтовує актуальність теми дисертації, формулює мету та задачі дослідження, подає інформацію про апробацію та публікацію результатів дисертації. У першому розділі описані основні крайові задачі, які є об'єктом дослідження. Далі дисертантка зводить ці задачі до операторних в'язок і доводить два твердження про зв'язок між спектрами крайових задач та в'язок. Другий розділ присвячений прямим задачам. У ньому вивчають спектральні властивості задач Штурма-Ліувілля з енергозалежними потенціалами. Спершу квадратичну операторну в'язку лінеаризують, а потім доводять, що така лінеаризація є самоспряженим оператором в просторі Понтрягіна. Із загальної теорії самоспряжених операторів в просторах з

інdefiнітною метрикою отримують властивості спектру задачі з енергозалежним потенціалом. Також в цьому розділі досліджують асимптотику власних значень та власних функцій рівняння Штурма-Ліувілля з енергозалежним потенціалом. У третьому розділі дисертантка дає означення нормівних множників для свого класу задач, яке узагальнює відповідне класичне поняття для оператора Штурма-Ліувілля, а також вивчає основні властивості нормівних множників. Два останні розділи – четвертий та п'ятий – є центральними в дисертаційній роботі. В них проведений повний і ґрунтовний аналіз двох обернених спектральних задач, а саме, задачі відновлення енергозалежного потенціала за спектром та набором нормівних множників, а також – відновлення за двома спектрами.

Варто зауважити, що сама дисертація як науковий текст справляє гарне враження. Написана вона з дотриманням усіх норм української мови, з використання сучасної української математичної термінології. Текст дисертації правильно і зручно для читача рубрикований і гарно оформлений поліграфічно.

Зауваження. Незважаючи на те, що цей структурний елемент дисертації не є обов'язковим згідно останніх вимог щодо її оформлення, проте варто було б дисертантці додати огляд попередніх досліджень у теорії обернених задач, а також детальніше описати, хто і що зробив для енергозалежних потенціалів.

Висновки. Дисертаційна робота Наталії Терлич має цілісний і завершений характер. Вона містить нові науково обґрунтовані результати. Сукупність результатів дисертації можна розглядати як досягнення у розвитку спектральної теорії та теорії обернених задач. Автореферат повністю відтворює зміст дисертації. Дисертаційна робота "Прямі та обернені задачі для рівнянь Штурма-Ліувілля з енергозалежними потенціалами" відповідає всім вимогам "Порядку присудження наукових ступенів", затвердженого постановою КМУ №567 від 24.07.2013 зі змінами згідно постанови КМУ №656 від 19.08.2015, що висуваються до кандидатських дисертацій, а її авторка Терлич Наталія Іванівна заслуговує на присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.01 – математичний аналіз.

Офіційний опонент

кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри диференціальних рівнянь
Львівського національного університету
імені Івана Франка

Ю. Л. Голосватий

Вчений секретар

Львівського національного університету
імені Івана Франка

О. С. Грабовецька

